Att kommunicera matematik i skolan

När man studerar och diskuterar matematik på en akademisk nivå så sker detta med hjälp av ett mycket speciellt och internationellt gångbart språk. En sådan typ av diskurs kan inte ske i grundskolan. Här måste man från början utgå från ett vardagligts språk och en hög grad av konkretisering. Språk och innehåll blir därmed nationellt och kulturellt beroende. Samtidigt bör det successivt ske en progression från det enkla konkreta till det abstrakta. Vad jag i den här artikeln vill debattera är villkoren för denna progression och vägen till en djupare matematisk förståelse.

Vad menas med matematik?

Skolans matematik, speciellt den i grundskolan, skiljer sig en hel del från den akademiska disciplinen matematik. Det gäller inte minst frågorna: *Vad är matematik*? och *Vems matematik?* Den definition av matematik som ges i Nationalencyklopedin ser t.ex. ut så här:

> **Matematik** …, en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling. Definitionen kan kommenteras på följande sätt. Matematiken är *abstrakt:* den har frigjort sig från det konkreta ursprunget hos problemen, vilket är en förutsättning för att den skall kunna vara *generell* dvs. tillämpbar i en mångfald situationer, men också för att den logiska giltigheten hos resonemangen skall kunna kartläggas.

Nyckelorden är här abstrakt, generell och logisk giltighet. Att studera matematik på den nivån kräver mognad och erfarenhet men också motivation.

Målen och villkoren för skolans matematikundervisning är annorlunda. För grundskolans vidkommande gäller det enligt kursplanen i matematik att under de första skolåren bygga upp enkla matematiska modeller för att eleverna skall kunna tolka sin omvärld och matematiska modeller som krävs för att förstå andra skolämnen. Med tanke på elevernas ålder och olika förutsättningar att lära, förutsätter kursplanen att undervisningen är konkret och bygger på elevernas erfarenheter. Frågan är hur detta på sikt skall leda till önskvärda kunskaper i matematik.

Diskursens beroende av situation och individ

En viktig förutsättning för att lära matematik är ett adekvat språk. Säljö och Wyndhamn (2002) menar att mänsklig kunskap är kodifierad i diskurser som utvecklas inom ramen för speciella verksamheter. Det gäller alltså att tillägna sig en diskurs för det fält inom vilket man rör sig och därmed de begrepp och resonemang som bygger upp denna diskurs. I skolans matematikundervisning är det läraren som i sin egenskap av arbetsledare ansvarar för diskursen utformning. Det här betyder att läraren måste

- kunna ta sina elevers perspektiv. Det räcker inte med att hon själv har förstått. Hon måste alltid fråga sig om detta kan förstås på andra sätt, för andra syften och utgående från andra erfarenheter och förkunskaper.
- behärska ett språk som fungerar inte bara för att förklara något eller för att lösa ett problem på ett formellt sätt. Språket måste också fungera för att konkretisera och verklighetsanpassa det som skall förklaras för eleverna.
- behärska såväl ämnesinnehållet som didaktiken i det som undervisas. Detta gäller inte bara för den åldersgrupp hon för tillfället undervisar. För att ge eleverna kontinuitet och en god progression i sina studier måsta läraren också behärska ämnesinnehåll och didaktik på både högre och lägre utbildningsstadier. I annat fall kommer diskursen på längre sikt att förlora i precision.

En lärare som inte förmår ta detta lärarperspektiv i sin undervisning får svårigheter att se kopplingen mellan sin undervisning och elevernas inlärning. De tolkar därför inlärningssvårigheter som ett problem hos eleven, en oförmåga hos eleverna att tillägna sig ett matematikinnehåll. Problemen skulle enligt Säljö (2000) ”bättre förstås om vi analyserade de regler och traditioner för kommunikation som vuxit fram inom skola och utbildning…” (s. 12).

Kravet på konkretisering

Det är stor skillnad mellan dagens skolmatematik och den som undervisades för 40 – 50 år sedan. I realskolan var det en utvald grupp av elever som på ett tidigt stadium skulle lära sig att abstrahera. Ett övergripande mål var då att förbereda eleverna för vidare studier av matematik. Detta skedde på bekostnad av konkretiseringen. Under senare år har det blivit tvärtom. Eftersom alla elever i grundskolan erbjuds att lära samma matematik, prioriteras ofta konkretiseringen på bekostnad av abstraktionen. Eleverna lär sig att lösa enstaka problem, inte att se de matematiska modellerna och hur dessa kan generaliseras för att tolka och hantera nya problem som dyker upp i vår omvärld.

Vid observation och analys av den undervisningen som idag sker i grundskolan kan man ofta konstatera att konkretisering har blivit en metafor för sysselsättning (Wyndhmn, Riesbäck & Schoulz, 2000). Detta kan tolkas som en missuppfattning av Deweys tes ”learning by doing”. Men i realiteten lär sig skolans elever inte matematik genom att ”göra” utan snarare genom att reflektera över det som görs. För att kunna klassificeras som matematik bör det som görs leda till någon form av abstraktion och helst en generell sådan. Om detta skriver Szendrei (1996) så här.

> Concrete materials in the mathematics classroom do not automatically produce either a good or bad effect. A teacher must plan the use of the materials in accordance with society's demands, the language of instruction and the philosophy of the school. (s. 433)

Den primära idén med att konkretisera undervisningen är att optimera kommunikationen och därmed inlärningen. Konkretiseringen skall bidra till att ge förståelse och till att bygga upp ny kunskap utgående från de erfarenheter man redan har. Jag brukar vid utbildning av matematiklärare klarlägga värdet av och avsikten med att konkretisera på följande sätt.

Konkretisering innebär att med hjälp av ett material, en erfarenhet eller en metafor belysa ett matematiskt begrepp eller samband. Tyvärr beskriver den metodiska litteraturen ”konkret material” på ett sätt som kan tolkas som att materialet har ett eget liv. Men materialet är dött, enbart en artefakt. Det är lärarens användning av materialet som kan göra det levande och betydelsebärande.

Ett material eller en metafor kan används som stöd för språket när det gäller att lyfta fram en struktur eller en idé som man vill att eleverna skall tillägna sig. Att använda ett material eller en metafor för att lösa enstaka problem utan koppling till en matematisk idé innebär oftast en ren manipulation. Om en elev genom konkretisering lyckats abstrahera, alltså att förstå en matematisk idé, så är det just den idé man tillägnat sig som skall tillämpas. I annat fall är konkretiseringen meningslös.

Det gäller också att vara medveten om ett materials eller en metafors begränsade förklaringsvärde. Metaforen temperaturskillnad som förklaring när man opererar med negativa tal fungerar i vissa situationer men utgör samtidigt ett hinder för förståelse i andra situationer. En fråga man alltid bör ställa sig är därför vad det är man har konkretiserat.

Kravet på att abstrahera

I början av 1900-talet var realskolan och gymnasieskolan i första hand en förberedelse för akademiska studier. De innebar att det språk som användes redan i realskolan var formellt och korrekt. Efterhand som skolan har demokratiserats har dessa krav tonats ned. Många av de lärare som i dag undervisar i åren 1 – 6 saknar själva en formell matematisk skolning och är därför ofta omedvetna om språkets betydelse för matematikundervisningen under senare skolår. Många använder därför ett oklart och tvetydigt språk av typen ”dela den på den” vid division, ”fyrkantiga saker” för att beskriva rektanglar, ”Mäta på burkar och grejer” när man menar att mäta omkretsen av cylindrars basyta, Jag kan i min forskning iaktta att detta språkbruk även förekommer i grundskolans senare årskurser och hur detta leder till låg språklig precision. Innebörden i lärarens förklaringar når därför inte eleverna.

Det är inte bara språkbruket i sig som utgör ett problem. Även matematiska formler och uttryck förmedlar ett språkligt budskap, något långt ifrån alla lärare verkar vara medvetna om. Ett sådant exempel är formeln för cirkelområdets area. I skolan är det vanligt att eleverna får genomföra en laboration som går ut på att de, genom att klippa och klistra skall jämföra cirkelområdets area med radiekvadratens area. Poängen med laborationen är att ge eleverna möjligheter att upptäcka relationen mellan cirkelområde och radiekvadrat, alltså att det oberoende av radiens storlek finns en proportionalitetskonstant som man benämner π. Men det är inte vad man gör. Det man fokuserar uppmärksamheten på är att $\pi \approx 3{,}14$, en slutsats som är omöjlig att dra från den här laborationen. Inte heller visar man att proportionaliteten är generell. Man ”visar” att den gäller för en enda given cirkel. Idén med laborationen är det inget fel på, men istället för att konkretisera formeln för cirkelområdets area låter man eleverna manipulera. När jag observerat elever som utfört laborationen har jag hört kommentarer som ”Ska vi bara klistra och ha oss?” och ”Vad var det egentligen vi skulle komma fram till?”

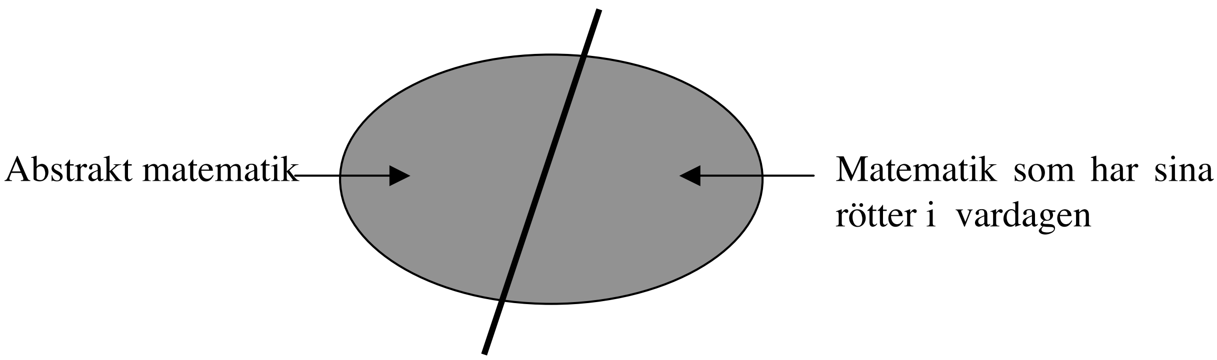
Ett annat exempel är hur elever opererar med tal i bråkform. Enligt en pågående undersökning har drygt hälften av eleverna i skolår 7 problem med att lösa uppgifter som $8 \cdot \frac{1}{2}$. Ett skäl till detta verkar vara att de inte kan tolka innebörden i uppgiften och därmed inte tänka rationellt. Om man i de lägre årskurserna visat på hur man använder de grundläggande räknelagarna, skulle man kunna tolka operationen som $(4 \cdot 2) \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot (2 \cdot \frac{1}{2}) = 4$, vilket kan konkretiseras som att 8 halva är lika mycket som 4 hela.

Abstraktion är ett viktigt mål redan i den grundläggande matematik-undervisningen. Redan siffrorna och talens namn är abstraktioner. Som exempel bör eleverna tidigt inse den generella innebörden i additioner som 3 + 5 = 8. Denna operation skall nämligen i nästa steg kunna generaliseras till 13 + 5 = 18, 23 + 5 = 28 osv. Om varje steg måste konkretiseras så har man missat något fundamentalt i matematiken.

På motsvarande sätt bör eleverna tidigt (till en början informellt) lära sig innebörden i de grundläggande räknelagarna, t.ex. att 1 + 7 = 7 + 1 och att 8 + 7 kan beräknas som 8 + (2 + 5) = (8 + 2) + 5. De bör också behärska positionssystemet och därmed betydelsen av tal som 423 och 178. För elever som tagit detta intellektuella steg är det bara besvärligt att, (vilket är vanligt i dagens läromedel) utföra subtraktioner som 423 – 178 genom att skriva om talen som 400 + 20 + 3 – (100 + 70 + 8). Detta leder inte till en ”bättre taluppfattning” utan utgör snarare ett hinder för abstraktion.

Kan allt konkretiseras?

Av viss metodisk litteratur får man uppfattningen att all matematik kan konkretiseras. Detta leder ibland till märkliga ”rövarhistorier” (se t.ex. Kilborn, 1979). Enligt en mer progressiv syn kan man dela upp de moment som förekommer i grundskola och gymnasieskola i två olika kategorier, de som har sina rötter i vardagen och de om bygger på en matematisk logik och matematiska definitioner.



Till höger i figuren har vi den matematik som uppstått ur vardagen. Här finner man enkla huvudräkningsmetoder, algoritmer för de fyra räknesätten, enkel bråk- och procenträkning mm. Här finns också speciella matematiska modeller som utvecklats inom olika yrken och hantverk. Det ligger i sakens natur att det som har ett konkret ursprung också kan konkretiseras.

Till vänster i figuren har vi den matematik som uppstått genom matematikens interna behov, t.ex. genom en utvidgning av talområde eller som en följd av naturvetenskapliga eller samhällsvetenskapliga framsteg. Exempel på detta är algebraiska regler, ett speciellt geometriskt formelspråk mm.

Ett problem är emellertid att en hel del enkel matematik, med hjälp av algebran, har formaliserats på ett sådant sätt att den inom skolan flyttas från vardagsmatematikens till den abstrakta matematikens område. Att ta sig över skiljelinjen mellan dessa två områden utgör enligt vår uppfattning ett stort hinder för många elever eftersom de, liksom många lärare, söker en konkretisering som inte finns. I boken Löwing & Kilborn (2002) ges en rad exempel på såväl vad denna algebraisering har lett till som hur man kan undvika sådana här svårigheter.

Ett annat allvarligt problem är att många lärare försöker undvika den abstrakta, logiska uppbyggda matematiken. Man ger därmed indirekt eleverna uppfattningen att den inte behövs och att allt kan konkretiseras. Eleverna får av det skälet ingen övning i att dra enkla logiska slutsatser.

Den bakgrund jag gett i de senaste avsnitten kan vara en förklaring till varför så få ungdomar fortsätter att studera matematik. Den matematik de möter under de första skolåren handlar mer om att göra än att förstå sammanhang. När de senare möter mer formell matematik har de tvingats att utan förklaring acceptera formler, som för dem är helt obegripliga. Vad som saknas är enligt min uppfattning en teori som knyter samman enkla grundläggande begrepp med den mer formella matematik som efter hand krävs. Jag kallar detta för en didaktisk ämnesteori för matematikundervisning (Löwing, 2002).

Diskursen i klassrummet

När man studerar den kommunikation som förs i klassrummen blir det uppenbart att språket har olika funktioner. Genom att studera dessa funktioner blir det möjligt att bedöma undervisningens kvalitet. I min forskning skiljer jag mellan två huvudkategorier, det *reglerande* språket och det *undervisande* språket. Det reglerande språket används för social kontroll av arbetet i klassrummet. Till denna kategori hör tillsägelser, frånvarokontroll, indelning i grupper inför grupparbete etc. Det undervisande språket, används i inlärningssyfte, t.ex. för att demonstrera, förklara och exemplifiera matematiska sammanhang. Inom dessa två områden kan läraren ha mycket olika språkbruk, delvis beroende på didaktisk kompetens.

När det gäller det undervisande språket delar jag upp det i följande underavdelningar:

- *Formellt undervisningsspråk*, som i sin tur delas upp i
  a. *beskrivande (algoritmiskt)* språk och
  b. *förklarande* språk
- *Informellt undervisningsspråk*, som delas upp i
  c. *tillämpande* (vardagsanknutet) språk
  d. *laborativt* (manipulativt) språk.

För att en kommunikation skall vara funktionell krävs det att aktörerna kan delta i samma diskurs, dvs. att de har ett gemensamt språk och gemensam förförståelse inom det område som avhandlas. Så är inte alltid fallet i de klasser jag observerat (Löwing, 2004). De flesta av lärarna hade problem med att nå eleverna med sina förklaringar. Lärare och elever pratade ofta förbi varandra. Ett vanligt skäl till detta var att lärarna inte var medvetna om elevernas förkunskaper. När lärarna förklarade var förklaringen oftast formell. Även när arbetssättet var laborativt använde läraren ett formellt undervisningsspråk sällan ett informellt språk eller med konkretiserande bilder.

Undervisning och hemspråk

Under de senaste åren har vi i skolan fått fler och fler elever med annat hemspråk än svenska. Alla verkar inte vara medvetna om vad detta innebär. Visserligen skrivs siffrorna på samma sätt i de flesta länder men talens namn och hur talen komponeras kan skilja sig avsevärt mellan olika kulturer.

I svenska språket förekommer en rad oregelbundenheter som alla inte är medvetna om. Talen elva och tolv säger ingenting om att talen komponerats av ett tiotal och ett respektive två ental. I talet tretton, fjorton, femton … kommer ental och tiotal i fel ordning. Talet tjugo säger inte att det är komponerat av två tiotal vilket däremot framgår av talen trettio, fyrtio, femtio.

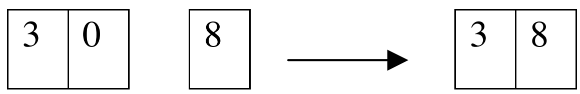
Om man jämför med det finska språket, vars fyra första talnamn är *yksi, kaksi, kolme, neljä*, så är tiotalen och tjugotalen mer logiskt uppbyggda. *Yksitoista, kaksitoista, kolmetoista, neljätoista* visar att man upprepar entalen ”på andra varvet” och *kaksikymmentäyksi, kaksikymmentäkaksi, kaksikymmentäkolme, kaksikymmenentnälje* att man lägger entalen till två tiotal. En intressant fråga är vad som händer när en elev tvingas byta undervisningsspråk från finska till svenska.

Ett annat intressant språk är italienskan där talen mellan 10 och 20 plötsligt byter karaktär: talen 11 till 16 heter *undici, dodici, tredici, quattordici, quindici, sedici*, varvid entalet nämns före tiotalet *dici*. Däremot heter talen 17 – 19 *diciassette, diciotto och diciannove* där alltså tiotalet nämns före entalet. Liknande fenomen förkommer i franska, spanska och portugisiska.

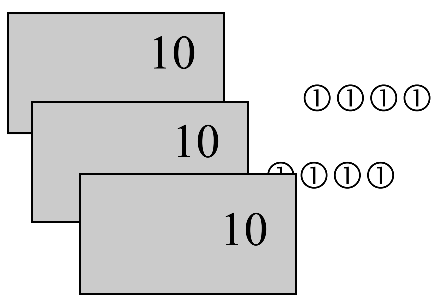
Andra språk såsom polska och vietnamesiska är perfekta i det avseendet att man läser talen som de skrivs med siffror, alltså 236 som 2 hundratal, 3 tiotal och 6. En fråga som många lärare bör ställa sig är hur ett byte från ett undervisa-ningsspråk till ett annat påverkar elevers taluppfattning och därmed grunderna för deras matematikinlärning.

När det gäller hemspråk och matematik handlar problemen inte enbart om olika språkbruk. Ännu viktigare är det att förstå kulturens roll och att därmed diskurserna är olika. Här följer ett exempel hämtat från en av mina klassrums-observationer i en sydafrikansk skola.

Undervisningsspråket på skolan är engelska och man använder följaktligen ett engelskt material. Med hjälp av talkort skall läraren för en liten grupp elever förklara hur man bildar tal med hjälp av tiotal och ental. Talet 38 bildas t.ex. med hjälp av talkorten 30 och 8.



Det här visade sig vara alltför abstrakt för eleverna och de förstod inte. Läraren bytte då strategi och gick över till att använda pengar för att konkretisera. Nu avbildades operationen så här istället:



Detta ledde till två problem.

1. För det första sker all handel i provinsen på afrikaans och där heter 38 *ag en dertig*, alltså åtta och trettio och inte som på engelska trettio - åtta. Budskapet blev alltså bakvänt.

2. För det andra blev de två metaforerna, talkort och pengar, motstridiga. När läraren gick tillbaka till talkorten blev svaret därför

$$\boxed{3}\boxed{0}\quad\boxed{8}\ \longrightarrow\ \boxed{3}\boxed{0}\boxed{8}$$

Som en tredje utväg utnyttjade läraren möjlighet att använda elevernas hemspråk Tsuana. Problemet är att där heter 38 *tre tiotal plus två från tio* (jämför XXXIIX med romerska siffror). Nu var förvirringen bland eleverna total, lektionen spårade ur och läraren avbröt och övergick till annan verksamhet.

Av det här exemplet framgår det att valet av konkretiseringsmodell är kulturberoende. Hur förutser man den här typen av språkliga/kulturella problem i svensk skola. Vad av detta tas upp i lärarutbildning och kompetensutveckling?

Didaktisk ämnesteori för matematikundervisning

Enligt Nationalencyklopedin består en teori av

> En grupp antaganden eller påståenden som förklarar företeelser av något slag och systematiserar vår kunskap om dem. En verksamhet sägs vara teoretisk i motsats till empirisk om den bygger på teori och därför inte enbart konstaterar fakta utan även förklarar givna fakta och eventuellt förutsäger nya.

I Löwing (2002) ges några exempel på en didaktisk ämnesteori för matematikundervisning. Avsikten med denna teori är att lärarna med dess hjälp skall kunna förklara och systematisera den matematik som eleverna möter i skolan. Eleverna skall därigenom kunna tillägna sig matematiska modeller som de dels förstår, dels skall kunna använda för att tolka sin omvärld. Även om den här typen av modeller ofta är preliminära och anpassade till en viss utvecklingsnivå, så får de inte vara felaktiga. De skall på sikt, och vid behov, kunna utvecklas till en akademisk ämnesteori och kan uppfattas som metod att konkretisera denna. Jag avslutar den här artikeln med att ge exempel på hur man kan bygga upp en teori kring bråk och räkning med bråk.

Flera av de regler för bråkräkning som man traditionellt lär i skolan är såväl svåra att förstå som att förklara. Eftersom de regler eleverna lär i skolan kommer att ingå i ett matematiskt språk, så kan konflikter mellan vardagsuppfattningar och formellt språk leda till konflikter i elevers tänkande. Ett exempel på sådana konflikter är att elever inte lär sig skilja mellan multiplikation och förlängning. $3 \cdot \frac{2}{5}$ blir därför $\frac{6}{15}$. Ett annat exempel är divisionen $\frac{2}{5}/3$ som elever lär sig lösa genom att skriva om divisionen som $\frac{2}{5}/\frac{3}{1}$ och därefter invertera nämnaren och byta tecken $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$. Svaret blir rätt men få elever förstår vad de gör och de flesta glömmer därför hur det gick till.

Den alternativa strategi jag föreslår bygger på tre enkla förkunskaper:

A. Bråkens enheter, alltså nämnarens innebörd:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$$

B. Täljarens innebörd som beskriver antalet enheter som ingår i bråket:

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}, \qquad \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

C. Att varje bråk kan skrivas på oändligt många olika sätt, dvs. ges olika namn:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \ldots$$

För att utföra en **addition** som $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ gäller det att inse att nämnarna är olika. Man kan inte addera olika enheter. Detta löser man med regel C.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} \qquad \text{och} \qquad \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$$

Genom att använda enheten $\frac{1}{12}$.finner vi alltså att $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$

Föra att utföra **multiplikationen** $3 \cdot \frac{2}{5}$ använder vi oss av förkunskap B.

Enligt B betyder $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. Det innebär att $3 \cdot \frac{2}{5} = (\frac{1}{5} + \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} + \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} + \frac{1}{5}) = \frac{6}{5}$

För att utföra **divisionen** $\frac{4}{5}/2$ behöver vi använda förkunskap B. Vi skriver alltså om $\frac{4}{5}$ som $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$. Detta skall nu delas i 2 delar: $(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}) + (\frac{1}{5}+\frac{1}{5})$. Det är alltså täljaren, **antalet** femtedelar, som skall divideras med 2. En alternativ lösning är att tänka i enheten femtedel, alltså:

4 femtedelar / 2 = 2 femtedelar

En divisionen som $\frac{2}{5}/3$ verkar nu bli svår eftersom täljaren inte är delbar med 3. Vi prövar nu de tre förkunskaperna A – C och målet måste vara att få täljaren delbar med 3. Genom att använda C finner vi att $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15}$ och nu är det, enligt exemplet direkt ovan, lätt: $\frac{2}{5}/3 = \frac{6}{15}/3 = \frac{2}{15}$.

Nu återstår i stor sett bara **innehållsdivisioner** som $\frac{3}{4}/\frac{1}{8}$. Frågan är nu hur många gånger $\frac{1}{8}$ ryms i $\frac{3}{4}$. Vi konstaterar först att nämnarna (enheterna) är olika. Vi skriver därför om $\frac{3}{4}$ som $\frac{6}{8}$. Men $\frac{6}{8} = \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$. Vi finner då att $\frac{1}{8}$ ryms 6 gånger i $\frac{6}{8}$. Observera alltså att om nämnarna är lika så kan operationen reduceras till om att dividera täljarna.

De här exemplen visar hur man genom att analysera och omvärdera traditionella och svårbegripliga formler och operationer kan bygga upp ett för eleverna enklare och mer lättfattligt ”språk”. Ett viktigt kriterium är emellertid att de formler och det språk man på så sätt bygger upp inte medför konflikter med det etablerade, traditionella språket. Som framgår av exemplen är detta inte fallet. Det här sättet att lära sig grunderna för bråkräkning torde snarare innebära ett språkligt stöd för vidare utveckling av ett bråkkunnande.

Referenser

Kilborn, W. (1979). *Ämnesmetodiska processanalyser i matematik inom KomVux*. Stockholm: Högskolan för lärarutbildning.

Löwing, M. (2002). *Ämnesdidaktisk teori för matematikundervisning*. (IPD-rapport nr 2002:11) Göteborg: Göteborgs universitet. Institutionen för pedagogik och didaktik.

Löwing, M. (2004). Matematikundervisnngens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare – elev och matematiklektionens didaktiska ramar. *Göteborg Studies in Educational Sciences 208*. Acta universitatis Gothoburgenis.

Löwing, M., & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik – för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Szendrei, J. (1996). Concrete Materials in the Classroom. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborade (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 411-434). Dordrecht: Kluwer

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Bokförlaget Prisma.

Säljö. R. & Wyndhamn, J. (2002). Naturvetenskap som arena för kommunikation. I H. Strömdal. (Red.) *Kommunicera naturvetenskap i skolan – några forskningsresultat*. Lund: Studentlitteratur.

Wyndhamn, J., Riesbeck, E., & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik*. Linköping: Linköpings universitet. Institutionen för tillämpad lärarkunskap.

/ Madeleine Löwing

Svensk förening för matematikdidaktisk forskning, SMDF
Barbro Grevholm, ordförande
20050320

Till Utbildningsdepartementet
Svar på remiss U2004/3750/G

Vad är SMDF?

Svensk förening för matematikdidaktisk forskning, SMDF, bildades 1999 och är en förening för forskare, forskarstuderande, lärare och lärarutbildare med intresse för forskning i matematikdidaktik. Syftet med den föreningen är att stimulera, utveckla och bredda intresset för matematikdidaktisk forskning och forskarutbildning i Sverige. SMDF vill värna om kvaliteten i och öka spridningen av forskning i och om matematikutbildning. Föreningen vill också vara ett forum för samarbete med tanke- och erfarenhetsutbyte mellan personer verksamma inom och intresserade av forskning och utvecklingsarbete i matematikdidaktik.

Föreningen har bland annat anordnat internationella forskningsseminarier vart annat år. Dessa har dokumenterats i gedigna konferensböcker, som presenterar aktuell forskning i Sverige och utomlands. Genom dessa konferenser med deltagare från hela Sverige, men även genom mindre regionala konferenser, medverkar SMDF till spridning av forskningsresultat och fördjupad diskussion om frågor kring matematik och lärande. SMDF ger också ut ett medlemsblad två gånger per år. Det innehåller vetenskapliga artiklar och rapporter om utvecklingsarbeten inom matematikdidaktik.

Detta remissvar från SMDF har utarbetats av en arbetsgrupp utsedd i samband med årsmöte för SMDF i Stockholm den 28 januari 2005.

Vi lämnar först några allmänna synpunkter och går därefter in på vart och ett av de fyra huvudförslagen.

Allmänna synpunkter

Vi anser att ett av de allvarligaste problemen i svensk matematikundervisning är den mångåriga försummelsen som skett genom att Sverige inte utbildat tillräckligt många lärare i matematik. Det har under de senaste tio åren lett till att landets rektorer har anställt personer för att undervisa matematik, som inte har adekvat utbildning för sin uppgift. Dessa personer är nu inne i systemet och kan inte kastas ut. Skolan måste alltså leva med outbildade eller fel utbildade matematiklärare många år framåt. Den utbredda myten att det är så lätt att undervisa matematik så vem som helst kan göra det har här hjälpt till att skapa problem. Det räcker att se på hur många elever som inte uppnår målen med matematiken så inser man att undervisning som enbart går ut på att få lektionstiden att flyta lugnt inte räcker för att eleverna ska uppnå det lärande som krävs. Det är dags att både rektorer och de som ska arbeta som matematiklärare inser att för att eleverna ska lära sig det som önskas måste undervisningen göras av kvalificerade, välutbildade, insiktsfulla lärare.

Avsaknaden av en gedigen grundutbildning kan aldrig kompenseras av kompetensutveckling under arbetstiden. Kompetensutveckling är nödvändig för dem som startar med en gedigen grundutbildning för att de ska kunna följa med i den forskning och utveckling som sker inom deras område. För dem som saknar grundutbildning gäller att de måste få en sådan eller tilldelas andra arbetsuppgifter inom skolan. En person utan utbildning eller med icke adekvat utbildning som matematiklärare bör inte få fortsätta i arbetet enbart på grund av arbetsrättsliga bestämmelser. Det vore att utsätta generationer av elever för en orimligt undermålig matematikundervisning. Svenska elever har rätt att få undervisning av matematiklärare med adekvat utbildning. Många undersökningar har nu visat att så är inte fallet. Detta måste åtgärdas med kraft. Här måste stat och kommun gemensamt ta sitt ansvar.

Ett annat allvarligt problem sedan många år tillbaka är den bristande kvaliteten i lärarnas grundutbildning. Flera exempel på forskning kring olika aspekter av matematiklärarutbildning visar att de som blir lärare inte har tillräckligt goda kompetenser för sitt yrke. Nämnas kan forskning om lärarutbildning i matematik eller om verksamma lärare av Iiris Attorps, Christer Bergsten, Maria Bjerneby-Häll, Barbro Grevholm, Thomas Lingefjärd, Madeleine Löwing med flera. En aktuell utvärdering kommer säkert att bekräfta den bild av bristande kompetens som vi pekar på. Den senaste omorganisationen av lärarutbildningen har lett till än sämre ämneskunskaper och ämnesdidaktiska kunskaper än tidigare. Sänkningen av förkunskaps-kraven för utbildning till matematiklärare bidrar till att nivån i utbildningen sänks steg för steg. De som har att genomföra lärarutbildningen ser sig pressade att leva upp till statens krav på att få ut lärare trots omöjliga utgångspunkter. För att åtgärda denna svåra situation krävs en rad olika förändringar. Rekryteringen till lärarutbildningen behöver påverkas så att valet att bli lärare inte är en sista utväg för studenter. Läraryrket måste få tillbaka sin status genom rimliga löner och arbetsvillkor. Lärarna måste få ägna sig åt det de är utbildade för, nämligen att undervisa och handleda elever och de ska inte behöva se sin arbetstid splittrad och upptagen en hel rad andra arbetsuppgifter.

Det är väsentligt att inse att skolan är en institution för kunskap vilket nödvändiggör fokus på en kvalitativt hög matematisk och matematikdidaktisk *kunskap* för lärare och goda matematikkunskaper för elever. Respekten för läraryrket och dess status måste höjas och arbets- och lönevillkor förbättras. Varje lärare måste ha utrymme i sin tjänst för sin egen kompetensutveckling. För att markera vikten av ämneskompetens (i både matematik och matematikdidaktik) bör extra kurser i matematik och matematikdidaktik ges högt meritvärde vid anställning av lärare. Ett nationellt mastersprogram i matematik/matematikdidaktik med speciella villkor för yrkesverksamma lärare bör också utvecklas.

SMDF stöder förslaget om en fristående projektorganisation om den huvudsakligen ges en samordnande funktion och inte är för stor. Om alltför mycket makt läggs i projektorganisationen i form av ekonomiska resurser, så riskerar den nationella satsningen att bli för toppstyrd.

SMDF vill betona att det nu är viktigt att något görs på grundval av allt material som presenterats. Det mesta av dessa kunskaper har funnits redan i tidigare utredningar och förslag även om den del tillkommande undersökningar har förstärkt en sedan länge känd problembild. Den stora besvikelse som följde av att arbetet med Hög tid för matematik inte ledde till några insatser var välgrundad och något sådant får absolut inte upprepas igen. Då är det definitivt för sent att rädda svensk matematikundervisning innan flera generationer av ungdomar besvikna lämnar sin matematikskolning. På denna punkt att gå till konkreta åtgärder är tyvärr Matematikdelegationen alltför vag i sin framställning. Här behövs det preciseringar av vem som ska och kan göra vad och dessutom resurser. Att tro att stora förändringar kan ske inom existerande organisationer och finansieringsordningar är naivt. Vi vill till exempel peka på de välvilliga skrivningarna om forskning inom alla fyra huvudförslagen. Vad är de annat än tomma markeringar om inte krav reses på att tillföra resurser för sådan forskning. Det är för närvarande i stort sett omöjligt för forskare i matematikdidaktik i Sverige att finna källor för att finansiera sin forskning. Nu krävs det initiativ och handling från departementets sida för att alla de på grundval av genomförda undersökningar och utredningar lagda förslagen ska bli trovärdiga.

Vi övergår nu till att kommentera förslaget punkt för punkt

Handlingsplan - Huvudförslag 1

Stöd och utveckla aktiviteter som ökar intresset för och insikterna om matematikens värde, roll och betydelse i vardag, yrkesliv, vetenskap och samhälle.

Delförslag

1A Sprid inspirerande exempel kring matematikens utveckling och användning.

1B Ge nya möjligheter till matematikutbildning för alla.

1C Berika bilden av matematik i massmedia.

1D Satsa på samarbete kring matematiken i arbetsliv och skola.

1E Stöd forskning om synen på matematik i samhälle och utbildning.

Handlingsplanen berör SMDF:s verksamhet på följande sätt:

SMDF har stora möjligheter att vara delaktigt i ett långsiktigt utvecklingsarbete och att vara ett forum för forskning, kunskapsspridning, samordning av nätverk och andra insatser över regiongränser. Hos SMDF finns en samlad kompetens inom en rad områden kring forskning om utbildning, undervisning och lärande i matematik, från förskola till högskola. Den matematikdidaktiska forskning som bedrivs i Sverige och internationellt har SMDF möjligheter att lyfta fram bland annat i böcker och debatter, för att berika bilden av matematik i massmedia och därmed medverka till en attitydförändring i samhället.

SMDF stöder att forskning bedrivs om attityder och föreställningar om matematik i samhälle och vardag och kan medverka till spridning av erfarenheter från sådan forskning. Vi är övertygade om att man genom forskning där man strävar efter att påvisa matematikens betydelse och användning både i vardag och professionellt liv kan påverka och förändra attityder till och föreställningar om matematik i samhället och hos enskilda individer.

SMDF stöder även förslaget om forskning kring matematik som bildningsämne. Matematikens kulturella och historiska betydelse samt inflytande över andra områden än utbildning bör lyftas fram för att påverka ungdomars, särskilt unga kvinnors, intresse för matematikintensiva utbildningar. Att knyta matematik till estetiska ämnen och konst kan vara en väg. Det skulle kunna betyda att högskolor och universitet utvecklar matematikkurser inom exempelvis traditionellt humanistiska ämnen som konsthistoria, etnologi och antropologi: *Matematik i ett kulturhistoriskt perspektiv, Matematik i ett migrationsperspektiv* eller *Matematik i ett konsthistoriskt perspektiv*. Kurser med liknande innehåll kanske också kan ges på folkhögskolor av olika slag. Forskning som konkretiserar etnomatematik kan vara betydelsefull i detta sammanhang.

SMDF stöder förslaget om forskning inom området som kan ge underlag för kompetensutveckling och ge möjlighet för enskilda människor att bygga på sin nuvarande utbildning för att få adekvat kompetens i matematik för sin yrkesutövning. För att i förlängningen påverka individers föreställningar om vad matematik är och kan användas till skulle exempelvis kurser med särskilt matematikinnehåll kunna utvecklas för pedagoger verksamma i konstmuseer eller musikmuseer. Forskning kan bidra med innehåll för sådan kursutveckling.

SMDF stöder också förslag med långsiktiga projekt som *Matematikens Hus* och *Matematikens Dag*, liksom tävlingar och andra initiativ som uppmärksammar matematik på olika sätt (sid 110f). Vi anser dock att sådana projekt bör grundas på och knytas till forskning inom området för att inte bli alltför tillfälliga.

Handlingsplan - Huvudförslag 2

Utbilda kvalificerade lärare i matematik för alla barn, ungdomar och vuxna

Delförslag

2A Förbättra rekrytering till och dimensionering av lärarutbildningen i matematik.

2B Utveckla den grundläggande lärarutbildningen i matematik på alla nivåer.

2C Ge stöd till behörighetsgivande kompetensutveckling och vidareutbildning.

2D Öka anslagen till forskning om lärarutbildning och kompetensutveckling.

Handlingsplanen berör SMDF:s verksamhet på följande sätt:

SMDF anser att matematiklärarens kompetens är en viktig och avgörande faktor för om elever ska kunna tillgodogöra sig matematikämnet eller inte. Matematikläraren har det största ansvaret när det gäller att inspirera och skapa en positiv och kunskapstörstande attityd till matematikämnet. I betänkandet kan man läsa att även matematikdidaktisk forskning stödjer dessa påståenden och huvudförslag 2 är följaktligen riktat mot åtgärder som stärker utbildningen av matematiklärare.

SMDF anser att ämnesstudier i matematik bör vara av betydande omfattning för blivande matematiklärare. Den senaste reformeringen av lärarutbildningen innebar dock en tydlig kvalitetsförsämring avseende ämnesstudier i matematik och matematikdidaktik. Nu spenderas dyrbar studietid på allmänna kurser eller allmän samläsning mellan lärarstuderande som skall undervisa på helt olika nivåer. Delegationen ger inga tydliga förslag som stärker ämnesstudierna men klart är att delegationen i alla fall har uppfattat dagens situation som bristfällig. Bland annat står det att ”dagens lärarutbildning ger alltför litet utrymme för studier i matematik, tillämpad matematik, matematikdidaktik och praktik”. De fyra delförslagen är här av yttersta vikt.

Frågor om flerspråkiga (minoritets-, invandrar) elevers problem i matematikundervisningen är betydelsefulla och måste lyftas fram. Det handlar om att lärare i matematik måste sätta sig in i problematiken och hantera den på något sätt och inte om att problemet ska försvinna. Frågan måste alltid vara aktuell i kompetensutveckling av lärare.

Hos SMDF finns en samlad kompetens inom en rad områden kring forskning om utbildning, undervisning och lärande i matematik, från förskola till högskola. Den matematikdidaktiska forskning som bedrivs i Sverige och internationellt har SMDF möjligheter att kanalisera mot lärarutbildningen för att undersöka, stärka och validera olika framgångsrika ansatser mot bättre lärarkompetens. Lärarutbildningen bör i högre grad än idag vila på vetenskaplig grund.

Man bör dessutom vidta kraftfulla åtgärder för att åter göra läraryrket attraktivt. Höjda lärarlöner en viktig komponent men det bör även ställas krav på kommunerna att de endast anställer matematiklärare med adekvat och relevant utbildning.

Handlingsplan - Huvudförslag 3

Stöd och samordna alla goda krafter som verkar för bättre lärande och undervisning i matematik.

Delförslag

3A Utveckla distanskurser med kompetensutveckling för alla lärargrupper.

3B Initiera utvecklingsprojekt i matematik för alla studerande- och lärargrupper.

3C Skapa och underhåll webbportaler med sökbar, samlad information om resurser.

3D Bygg upp och underhåll nationellt och regionalt nätverk av resurspersoner.

3E Öka anslagen till forskning om undervisning och lärande i matematik

Handlingsplanen berör SMDF:s verksamhet på följande sätt:

3A Redan i utredningsmaterialet *Hög tid för matematik* finns förslag till kompetensutveckling och en diskussion om vad som erbjuds och krävs. Landets lärarutbildning har god kompetens att utveckla sådana kurser och med grund i forskning och utvecklingsprojekt av det slag som redovisas inom SMDFs verksamhet kan det arbetet fördjupas. I utredningsmaterialet påpekas också att lärarutbildare i matematik bör ha vetenskaplig skolning i såväl matematik som matematikdidaktik. Detta kan dock inte helt ersätta erfarenheter från skolans praktik. Det måste finnas en fungerande balans mellan akademiseringen av läraryrket och dess grund i praxis.

Det är nödvändigt att tydligt beskriva vad kompetensutvecklingskurser bör innehålla och vem som genomföra kurserna. De dagar för kompetensutveckling som redan finns i grundskolan verkar dåligt utnyttjade och skulle kunna riktas mot skolans centrala uppgift med fokus på kunskap.

Det är viktigt att satsningen blir långsiktig och bygger på existerande system för fortbildning så att kurser i ordinarie lärarutbildning kan utnyttjas. SMDF ställer sig tveksam till en kortsiktig fortbildning i stor skala som kan innebära slöseri med resurser. Lärarutbildningar som rekryterar verksamma lärare till sina kurser bör kunna få särkilt stöd för sådana insatser.

3B Det måste skapas starka incitament för skolor och kommuner att söka pengar för utvecklingsarbeten, i samarbete med lärarutbildningar, matematiska institutioner och andra institutioner där det finns matematikdidaktisk forskningsverksamhet. Utvecklingsarbeten med grund i egna initiativ har större chans att ge goda resultat än toppstyrda kortsiktiga fortbildningsresurser. Även i detta sammanhang är det viktigt att det finns en matematikansvarig i varje kommun och en matematikansvarig i varje skola/skolenhet.

3C SMDF ställer sig tveksamt till värdet av informationsresurser i form av webbportaler. Vi anser att problemen inte rör brist på information. Här handlar det istället om brist på djupare kunskaper om de processer vi arbetar med i skolans matematikundervisning.

3D Försök att bygga upp nationella och regionala nätverk av resurspersoner, både lärare och lärarutbildare har gjorts redan tidigare. Dessa har inte haft någon större framgång när det gäller lärare. För att sådana nätverk ska bli livskraftiga och framgångsrika krävs att de har en egen inre drivkraft och då hjälper inte toppstyrda initiativ.

3E Vetenskapsrådet måste se till att en rimlig del av forskningsresurserna tilldelas matematikdidaktisk forskning. På områden där skolmyndigheterna behöver forskningsresultat från Sverige skulle man kunna initiera kontakter mellan presumtiva svenska forskare med lämpliga forskare internationellt för samarbete. En kvalitativ utveckling av lärarutbildning och kompetensutveckling för lärare i matematik måste bygga på vetenskaplig grund. Det är därför nödvändigt att snabbt skapa resurser för att befrämja utvecklingen av en matematikdidaktisk forskning av hög kvalitet i landet. Ett första steg är att permanenta den nationella forskarskolan i matematikdidaktik. Det ser vi som mycket väsentligt.

SMDFs forskningsseminarier, granskningsprocesser vid konferenser och böcker med granskade arbeten bidrar med en successiv utveckling av kompetens hos forskarstuderande och forskare i matematikdidaktik. På sikt bör det medverka till att allt fler kvalificerar sig för att kunna få anslag från Vetenskapsrådet.

Handlingsplan - Huvudförslag 4

Tydliggör och utveckla syfte, mål, innehåll och bedömning i matematik för hela utbildnings-systemet

Delförslag

4A Konkretisera styrdokumentens matematikinnehåll från förskola till högskola.

4B Diskutera och förnya fortlöpande matematikinnehållet från förskola till högskola.

4C Utveckla variationsrik utvärdering i matematik på alla utbildningsnivåer.

4D Stärk forskning kring kursplaneutveckling och utvärdering.

Handlingsplanen berör SMDF:s verksamhet på följande sätt:

4A I SMDFs verksamhet behandlas forskning och utveckling som rör matematik och lärande. Innehållsmässigt finns det en kompetens inom SMDF som kan tas tillvara i myndigheternas och olika institutioners arbete med styrdokument och kursplaner. I januari 1999 lämnade till exempel den dåvarande ledaren för kursplanearbetet i matematik för gymnasieskolan (Barbro Grevholm) en skrivelse till Skolverket (beställd av Jan Sydoff) med förslag på forskning och långsiktigt utvecklingsarbete rörande styrdokument och kursplaner. Så vitt känt har detta inte följts upp från myndighetens sida. En samordnad och genomtänkt långsiktig satsning i linje med de givna förslagen skulle stärka skolmyndigheternas utvecklingsarbete. Genom brist på kontinuitet i tänkandet och historielöshet om skolans förändringsprocess riskerar man att det som byggs upp i en kursplanefas raseras i nästa. Det förvärras av att de ansvariga myndigheterna inte har egen kompetens inom det matematikdidaktiska området (och inte haft det på flera årtionden). Ett färskt exempel på sådan historielöshet om skolans utveckling visas i en aktuell mediedebatt om gymnasieskolan kursplaner. Förespråkare av att kurs A inte längre ska vara densamma för alla har inte tagit del av de argument som gällde då en gemensam kurs A infördes 1994. De har inte heller satt sig in i hur kurs A är tänkt att genomföras på olika program utan förespråkar ytligt en återgång till den gamla modellen som gällde före 1994 utan att redovisa konsekvenserna av sitt förslag. Eftersom skolverket inte har någon dokumentation av kursplanearbetet från början av1990-talet kan de ansvariga där inte heller redovisa hur diskussionen gick.

4B Undersökningar visar att kursplaneförändringar endast i liten grad påverkar vardagsarbetet i skolan. Inte ens läromedelsförfattare blir nämnvärt påverkade av ändringar i styrdokumenten. Se till exempel forskning av Margareta Kristensson och Monica Johansson. Det som behövs är en levande debatt bland lärare och elever om vad målen för lärandet är och om varför dessa mål är väsentliga. En sådan debatt lyser med sin frånvaro. Det får liten effekt att ändra i styrdokument om inte lärarna aktivt engagerar sig för vad som är syftet för, målet med och innehållet i deras undervisning. Sådant engagemang skulle kunna väckas inom ramen för god kompetensutveckling av lärare.

4C Forskningen om utvärdering och bedömning av kunskaper och kompetenser i matematik är omfattande. Svenska lärare måste få ta del av detta och utveckla sin egen bedömning med utgångspunkt i aktuell forskning. Här behövs kurser och kompetensutvecklingsinsatser. SMDF har möjligheter att visa på lämplig forskning att utgå från och lämpliga modeller för kompetensutveckling av lärare.

4D Stärk forskning kring kursplaneutveckling och utvärdering. Förslag i linje med detta har som nämnts ovan lämnats till Skolverket redan 1999. Det gäller emellertid för Skolverket och Myndigheten för skolutveckling att skapa resurser för sådan forskning. Idag finns matematikdidaktisk forskning etablerad vid tiotalet institutioner för matematik i landet och det går fint att lägga ut sådana uppdrag på kvalificerade handledare i samarbete med doktorander. SMDF har ett kontaktnät och kan förmedla förslag till lämpliga personer att genomföra sådan forskning.

För arbetsgruppen

Barbro Grevholm

Ordförande i SMDF

First announcement – Call for Papers

Mathematics teaching and inclusion

The 3rd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics

Wednesday 23–Friday 25 November 2005 • Aalborg, Denmark

Researchers, teachers, writers, programme managers, and policy makers working within either the field of mathematics education and/or with special needs education in mathematics are invited to submit proposals for this 3rd Nordic Conference.

The 3rd Nordic Research Conference
The conference is the meeting place for researchers and practitioners from the Nordic countries with an interest in:

- teaching students with special needs in mathematics and
- research within this field

At the conference, there will be presentations followed by discussions of the research and development within the fields of special needs education in mathematics and that of teaching mathematics to students from the age of kindergarten to adults.

Conference theme
The conference theme, *Mathematics Teaching and Inclusion*, is intended to focus on the challenge for all schools today – the challenge of being *the inclusive school for all*! But what constitutes inclusion and how should it be developed in practice and policy at different levels? How is it interpreted in the various Nordic countries? Has the idea of inclusion affected the classroom of mathematics and has the idea influenced the special needs education?

Official languages
The official languages of the conference will be all the Scandinavian languages (Danish, Swedish and Norwegian). Plenary sessions will either be performed in English or in one of the Scandinavian languages. Presentations of papers in English will also be an option.

Call for contributions

Participants are invited to submit proposals for paper presentations and workshops. All proposals should contribute to the development of the conference theme, *Mathematics teaching and inclusion*. Participants who wish to submit a proposal are requested to send an abstract describing the category (paper or workshop, research or development work), the language in which the presentation will be presented, aim and main contents of the proposal. The abstract should be half a page long (200 – 300 words) and will be reviewed by the programme committee before acceptance. Abstracts are to be submitted as part of the registration form to the conference secretary (to: jane@ak.aau.dk) no later than July 1, 2005. Information regarding acceptance will be sent to the contributors in the beginning of September 2005.

Programme

The programme will include invited plenary talks (60 min), paper presentations (45 min), workshops (60 min), discussions and network get-together. There will be four plenary lectures, each with the intention of exploring different aspects of the conference theme. For details of the programme and further information, see conference web site at http://www.matematikvanskeligheder.aau.dk

Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics was established in October 2003 on the 2nd Nordic Conference at Örebro University in Sweden. The first conference was held at Agder University College in Norway. The official homepage of the Nordic Network is:
http://www.matematikkvansker.net

/Arne Engström

E-postdresser till medverkande i *Medlemsblad* nr 11

Christer Bergsten	chber@mai.liu.se
Östen Dahl	oesten@ling.su.se
Arne Engström	arne.engstrom@pi.oru.se
Barbro Grevholm	barbro.grevholm@mna.hkr.se
Christer Kiselman	kiselman@math.uu.se
Håkan Lennerstad	lhakan@math.kth.se
Madeleine Löwing	madeleine.lowing@ped.gu.se

Anslagstavlan

Aktuella konferenser

PME 29, Melbourne, Australien 10-15 juli 2005
http://staff.edfac.unimelb.edu.au/~chick/PME29/

Norma 05, Trondheim, Norge 2-6 september 2005
http://norma05.hist.no/

3. Nordiske forskerkonference om matematikvanskeligheder,
23-25 november 2005, Aalborg, Danmark.
http://matematikvanskeligheder.aau.dk/Forskerkonference/Velkommen.htm

MADIF 5, Malmö, 24-25 januari 2006
http://www.mai.liu.se/SMDF/madif5/

Telefoner och e-postadresser till funktionärerna i SMDF:s styrelse 2004

Ordförande	Barbro Grevholm	044-203427	barbro.grevholm@mna.hkr.se
Vice ordförande	Christer Bergsten	013-282984	chber@mai.liu.se
Kassör	Thomas Lingefjärd	031-7732253	thomas.lingefjard@ped.gu.se
Sekreterare	Jesper Boesen	031-7736968	jesper.boesen@math.umu.se