

S MDF

Svensk Förening för MatematikDidaktisk Forskning

MEDLEMSBLAD

Nr 14

December 2007

INNEHÅLL

Medlemsblad nr 14 (<i>Tine Wedege</i>)	1
Några rader från ... (<i>Christer Bergsten</i>)	2
Konferensrapport: Different learners – different maths? (<i>Arne Engström</i>)	6
Interview: Perspectives on Swedish research (<i>Tine Wedege</i>)	11
New doctors in mathematics education (<i>Barbro Grevholm</i>)	16
Lic.studium: Förhållande mellem matematik och språk (<i>Sarah Bolin</i>)	21
Programme 2008 for the Nordic Graduate School	24
EU-projekt: Developing quality (<i>Thomas Lindefjärd</i>)	25
Att undersöka förbättring av lärande i matematik (<i>Barbro Grevholm</i>)	28
Att använda testdata i undervisning och lärande (<i>Barbro Grevholm</i>)	39
Konferensrapport: Att erövra världen (<i>Arne Engström</i>)	45
E-postadresser och Anslagstavlan	50

Medlemsblad nr 14

Under rubriken *Några rader från ...* gør foreningens formand Christer Bergsten bl.a. status efter otte år som redaktør for medlemsbladet. Med baggrund i SMDFs vedtægter lægger han op til en diskussion om bladet og om foreningens arbejde i fremtiden.

I november blev den fjerde nordiske konference om matematikvanskeligheder holdt på Åbo Akademi i Finland. Arne Engström rapporterer om konferencen og det nordiske netværk (s. 6). Sverige har fået en ny professor i matematikdidaktik. Eva Jablonka tiltrådte stillingen ved Luleå Tekniska Universitet i april, og i dette nummer fortæller hun i et interview sit preliminaire indtryk af svensk matematikdidaktik og præsenterer samtidig sin egen tilgang i forskningen (s. 11). Herefter giver Barbro Grevholm en kort præsentation af 10 nordiske ph.d. afhandlinger fra 2007 (s. 16). Jeg opfordrede nye ph.d. studerende og lic. studerende til at fortælle om deres projekt i medlemsbladet. Den opfordring har Sarah Bolin fra Malmö Högskola fulgt ved at give sine foreløbige tanker om sit studie om to-sprogede elever i matematikundervisning for de yngre år (s. 21).

Et nyt europæisk projekt er blevet søsat med Thomas Lingefjärd ved roret. Han fortæller (s. 25) om formålet og de foreløbige planer for projektet "Kvalitet i matematikundervisningen". I to artikler fra KUL-LCM-projektet diskuterer Barbro Grevholm om at undersøge forbedringer i matematiklæringen (s. 28) og om at anvende testdata i undervisningen (s. 39).

I november blev der afholdt en tværvidenskabelig konference ved Linköpings universitet med fokus på de grundlæggende færdigheder. Arne Engström, som var ansvarlig, rapporterer fra konferencen (s. 45). Hans indlæg slutter med en opfordring til medlemmerne af SMDF om at være opmærksomme på følgende problemstilling:

"På sikt tror jag att det kommer att bli ett stort problem för lärarutbildningen när man saknar disputerade didaktiker med inriktning mot förskolans och grundskolans tidiga matematiklärande."

/ Tine Wedege

Några rader från ...

Diskussion och debatt om matematikutbildning i landet har sällan varit så synlig och aktiv som under de senaste åren, vare sig det gäller skola, högskola eller forskning. Det har handlat om olika typer av problem i utbildningsväsendet å ena sidan och ett erkännande av betydelsen av kunskaper i matematik i olika sammanhang i samhället å den andra. Ett synligt utslag av denna process var Matematikdelegationen, vars analyser och rekommendationer lyfts fram i olika sammanhang och börjat få synliga effekter genom Lärarlyftet, där även ansökningar om licentiandutbildning nu är inlämnade. Det politiska spelet är komplicerat och det är inte alltid lätt att förutsäga vilka aktörer som blir hörda eller som kommer att påverka utvecklingen. Genom att listas som en remissinstans i flera sammanhang har SMDF blivit erkänd som en seriös aktör men för att kunna visa upp en stark röst krävs det att det förs en inre debatt om frågor som är centrala för vår verksamhet så att argumenten får skärpa, förankring och tyngd. Det är stora förändringar på gång inom skola och högskola, där matematiken är ett av de ämnesområden som stått i centrum i debatten, och här finns det en risk att viktiga aspekter som synliggjorts genom matematikdidaktisk forskning drunknar i händelsernas snabba utveckling. De krafter som verkar på många håll i landet, lokalt genom olika projekt och initiativ i skolor och kommuner liksom i större och mer vetenskapligt orienterade projekt på högskolor och statliga institutioner, behöver synliggöras och samordnas för att ge en mer långsiktig påverkan i positiv riktning på matematikutbildningens utveckling. Jag tror att SMDF skulle kunna spela en betydligt mer aktiv roll i detta sammanhang, med den samlade kunskap och överblick föreningen representerar. Vi bör därför använda vårt forum för inre debatt och spridning av information, vårt medlemsblad, mer aktivt som en plattform för att ta del i den offentliga debatten på en saklig och forskningsbaserad grund, även om föreningens syfte som det är uttryckt i stadgarna inte bokstavligen beskriver en sådan utåtriktad verksamhet:

§1 Svensk förening för matematikdidaktisk forskning, förkortat SMDF, är en organisation som vill verka för att stimulera, utveckla och bredda intresset för matematikdidaktisk forskning och forskarutbildning i Sverige.

§2 SMDF vill värna om och utveckla den matematikdidaktiska forskningens kvalitet och bidra till spridningen av resultat från matematikdidaktisk forskning.

§3 SMDF vill vara ett forum för samarbete och tanke- och erfarenhetsutbyte mellan personer verksamma inom och intresserade av forsknings- och utvecklingsarbete i matematikdidaktik.

Ändå kan och bör andra paragrafen tolkas proaktivt så att SMDF bör lyfta fram erfarenheter från forskningen i aktuell debatt, liksom även den tredje, båda på den första paragrafens grund.

Medlemsbladet är ett forum för att utveckla dessa syften, andra är vårt forskningsseminarium MADIF, aktivt arbete med remisser, synlig medverkan vid andra aktiviteter som biennaler och andra konferenser och möten. Med det ökande intresse för vårt område som växt fram de senaste åren finns det anledning att se över dessa format. Hur vill vi till exempel att medlemsbladet ska utformas i fortsättningen? Ska MADIF vartannat år vara vårt enda regelbundna seminarium? Vad finns det mer inom föreningen vi bör utveckla?

Medlemsbladet har under åren, dvs. 1999-2007 (nr 1-13 redigerade av undertecknad, nr 14 av Tine Wedege), huvudsakligen innehållit dels information i form av rapporteringar från konferenser och över avhandlingar, dels av längre eller kortare artiklar av forskningskaraktär. Artiklar av annan karaktär har också förekommit. Från styrelsen vill jag här framförda ett varmt tack till alla som medverkat med texter av olika slag. För att ge en bild av bladets historia fram till idag har jag sammanställt följande data från samtliga hittills utkomna 14 nummer (inklusive detta nummer):

- Antal: nummer: **14**
- sidor (i det tryckta bladets format): **ca 600**
- författare: **42** (obs att många bidrag har mer än en författare)
- artiklar av forskningskaraktär: **27**
- konferensrapporteringar: **22**
- avhandlingsrapporteringar: **4** (översikter där många avhandlingar sammanfattats)
- ledare (från ordf): **14**
- övrigt: **33**

De flitigaste författarna har varit Barbro Grevholm och undertecknad som vardera svarat för ca en tredjedel av alla bidrag. Mellan tre och fem bidrag var kommer från Gerd Brandell, Arne Engström, Mikael Holmquist och Thomas Lingefjärd. Det är glädjande att så många röster har hörts i bladet men det skulle stärka den inre debatten i föreningen om fler kunde både inkomma och åter-

komma med bidrag. Framför allt saknas det en aktiv diskussion av dagsaktuella frågor, om lokala villkor och möjligheter för matematikdidaktisk forskning i olika miljöer, inklusive frågor kring vårt områdes identitet, om intressanta forskningsproblem och forskningsmetoder, m.m. Det kan vara dags att reflektera kring medlemsbladets fortsatta inriktning och utformning:

- Vilka typer av bidrag vill medlemmarna ska finnas i medlemsbladet?
- Ska det fortsatta komma ut i tryckt form eller är en nätbaserad version tillräcklig?
- Ska denna i så fall göras tillgänglig endast på medlemssidan, som hittills, eller ska den vara tillgänglig för alla som besöker SMDF:s hemsida?

Dessa tre frågor kan inte besvaras var och en för sig oberoende av svaren på de andra. Synpunkter på utvecklingen av medlemsbladet är välkomna till styrelsen!

SMDF:s forskningsseminarium MADIF äger 2008 rum för sjätte gången och har uppskattats av deltagarna i den form det haft, med en blandning av nationella och internationella medverkande. Samarbetet med biennialarrangörerna har fungerat fantastiskt bra och dom har en stor del i framgången. Under denna period, 1999-2007, har ca 35 doktorsavhandlingar inom vårt område lagts fram, vilket är fler än sammanlagt före 1999, och ett antal licentiatuppsatser. Samtidigt har det under senare år skett en ökad aktivitet med ett stort antal examensarbeten inom lärarutbildningen och magisterarbeten, kommunala utvecklingsprojekt och olika typer av konferenser och workshops. Många kommuner har tillsatt matematikutvecklare. Det bör därför nu finnas en bas även för andra typer av seminarier i SMDF:s regi, nationella och/eller regionala, kanske kring olika teman.

Vad finns det inom föreningen som det är angeläget att utveckla? Inom den engelska motsvarigheten till SMDF, dvs. BSRLM¹, finns t.ex. olika arbetsgrupper (working groups). Nu är BSRLM en mycket större förening i medlemmar räknat, men SMDF borde ha en potential att växa om kännedom om vår verksamhet sprids och upplevs som intressant och attraktiv. Det är medlemmarnas egna intresseområden som kan ha en kraft att utveckla föreningens verksamhet men då måste dessa lyftas fram och synliggöras. Här finns medlemsbladet, årsmöten och andra typer av medlemmöten som möjliga tillfällen för sådana diskussioner. Då MADIF med nödvändighet är en kort konferens (begränsning ges genom den anslutande biennalen, där de flesta deltagare också medverkar) är det svårt att få utrymme för ett medlemmöte inom dess ramar, men kanske är det möjligt att lägga in åtminstone en kortare programpunkt med en diskussion kring frågor

¹ British Society for Research into Learning Mathematics; se hemsidan <http://www.bsrlm.org.uk/>

som de ovan nämnda. Här bör också nämnas att alla förslag är välkomna för att göra hemsidan så rik och användbar som möjligt för våra medlemmar – kontakta SMDF:s webbmaster Monica Johansson eller undertecknad.

Det kommande året 2008 blir ett matematikdidaktiskt händelserikt år, som för SMDF inleds med MADIF6 och årsmötet samt matematikbiennalen i Stockholm kring månadsskiftet januari/februari. År 1908 grundades ICMI (International Commission on Mathematical Instruction²) i Rom och ett jubileumssymposium äger rum 5-8 mars på samma plats där fyra av SMDF:s medlemmar medverkar³. Den nordiska konferensen NORMA08 i Köpenhamn kommer sedan 21-25 april och under sommaren ligger ICME11 i Monterrey i Mexico 6-13 juli, följt bland annat av PME32 16-21 juli i Morelia, Mexico⁴. I september ligger som vanligt LUMA-konferensen. Nationellt kommer gymnasieutredningen att presentera sitt förslag den 31 mars⁵ och Lärarlyftet utökas med ytterligare fortbildningskurser och med nya forskarskolor för licentiandutbildning i bland annat matematik och matematikdidaktik. Den nordiska forskarskolan NoGSME (Nordic Graduate School in Mathematics Education) genomför 2008 sitt sista år med ett rikt program med kurser, workshops, handledarseminarier och 'sommarskola' (ligger senare detta år)⁶. Ytterligare aktiviteter äger rum, se vidare information på SMDF:s hemsida. Jag hoppas de medlemmar i SMDF som medverkar vid olika arrangemang sprider information om SMDF, till exempel genom att visa upp vårt medlemsblad och något från vår skriftserie – kontakta ordförande för material.

Varmt välkomna till ett nytt matematikdidaktiskt spännande år med SMDF!

/ Christer Bergsten, ordförande i SMDF

² Se hemsidan på <http://www.mathunion.org/ICMI/>

³ Se hemsidan på <http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/>

⁴ Se s. 33 i detta nummer av Medlemsbladet för webbsidor för dessa konferenser.

⁵ Se hemsidan på <http://www.sou.gov.se/gymnasieutr/>

⁶ Se hemsidan på <http://www.nogsme.no>

En konferensrapport:

Different Learners – Different Maths? 4th Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics

Runt 140 deltagare från främst Norden, men också Tyskland, Holland, Australien med flera länder deltog i den fjärde nordiska forskarkonferensen om matematiksvårigheter vid Åbo Akademi i Vasa i Finland 7–9 november. Forskarkonferensen arrangerades av ett nordiskt forskarnätverk *Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics*. Lokal organisatör var den Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi som gjorde ett fantastiskt arbete.

Konferensen organiserades runt fyra teman:

- Early Intervention
- Multicultural/Multilingual Math
- Secondary, Vocational and Life-long Learning
- Different Math

Varje tema byggdes upp med en plenarföreläsning och ett antal paperpresentationer. Till varje plenarföreläsning fanns en särskild *discussant* som kommenterade föreläsning och relaterade den till sin egen forskning. Begreppet *Special Needs Education* har i vår nordiska tolkning fått ett mycket vid innebörd, vilket ju också framgår av konferensens teman.

Den inledande plenarföreläsningen på temat *Early intervention* hölls av Johannes van Luit från universitetet i Utrecht med titeln *The Development of Numeracy in Children with Special Mathematical Needs*. Frågor om tidig identifiering av barn som riskerar att hamna i eller senare utveckla matematiksvårigheter och möjligheterna till tidig intervention är ett snabbt växande område inom forskningen. Intressanta utvecklingsprojekt pågår i flera länder och Johannes van Luit redovisade och problematiserade de nederländska erfarenheterna.

Critical Challenges in Researching Multicultural/Multilingual Issues in Mathematics Education var titeln på Alan Bishops plenarföreläsning. Bishop, numera emeritus vid Monash University i Australien, ifrågasatte att matematikundervisning skulle vara fri från kulturella och sociala värden. De flesta läroböcker världen över har ungefär samma innehåll, vad som skiljer dem åt är språket på vilken boken är skriven. För många matematiklärare är detta faktum ett uttryck för

att matematiken är universell. Med utvecklingen mot allt mer kulturellt och språkligt blandade samhällen blir denna idé om matematikundervisning som socialt och kulturellt värdeneutral mycket problematisk, särskilt mot bakgrund av det faktum att det framför allt är minoritets eleverna som slås ut från skolan.

Tine Wedege, Malmö högskola, behandlade i sin plenarföreläsning, *People's Mathematics in Working Life: Why Is It Invisible?*, matematikkunskandet i yrkeslivet. Det var fascinerande att ta del av Tines problematiserande redovisning av de projekt hon varit engagerad i. De som läst Lars Gustavssons och Lars Mouwitz intressanta rapport *Validering av vuxnas matematikkunskande* vet att det här området innehåller oerhört spännande kunskapsteoretiska och matematikfilosofiska frågeställningar.

Den sista plenarföreläsningen på temat *Different Math* skulle ha framförts av Ann Dowker vid University of Oxford. Hon var dock tvungen att av hälsoskäl ställa in sin föreläsning. I stället presenterades föreläsningen *What Can Intervention Tell us About Typical and Atypical Development of Arithmetic?* av hennes assistent. Här diskuterades frågor kring atypisk utveckling utifrån några interventionsstudier som Ann Dowker leder.

Runt dessa plenarföreläsningar genomfördes ett antal paperpresentationer, utställningar, etc. Konferensen avslutades med att Olof Magne kort gjorde en betraktelse över konferensen. Sedan följde ett plenarsamtal med det nordiska nätverket samt en exposé över de tidigare konferenserna av Anna Kristjánsdóttir.

I anslutning till forskarkonferenserna fanns, liksom vid tidigare konferenser, en särskild lärardag. Dessa har fått ett mycket positivt mottagande bland besökande lärare.

Framgångssaga

De nordiska forskarkonferenserna om matematiksvårigheter har blivit en riktig framgångssaga; ett föredömligt exempel på ett väl fungerande nordiskt samarbete. Det nordiska nätverket har byggts upp och fungerar genom hängivet arbete av ett antal entusiastiska människor. Organisationen av konferenserna har hittills fungerat tack vare stöd från det aktuella lärosätet och framför allt genom ett omfattande obetalt arbete av dem som organiserat konferensen vid det aktuella lärosätet. På sikt är detta naturligtvis ohållbart. Nätverkets arbete har fått en sådan omfattning att det också behöver ges en organisatorisk stadga.

Ser man internationellt så finns det få länder där forskare och doktorander från olika discipliner samt lärarutbildare och skoladministratörer har en gemensam mötesplats för frågor om Special Needs Education in Mathematics. Som nämnts

var det här den fjärde konferensen i ordningen, och det finns därför anledning att säga något om dem som varit.

Tidigare konferenser

Kristiansand

Den första konferensen *En matematik for alle i en skole for alle* hölls 2001 i Kristiansand och arrangerades av *Forum for matematikvansker*, ett samarbete mellan Sørlandet Kompetansesenter och Høgskolen i Agder. Norska Kirke-, utbildnings- og forskningsdepartementet gav ett generöst bidrag som möjliggjorde anordnandet av konferensen. Till konferensen inbjöds 50 personer varav 45 hade möjligheten att delta. Plenarföreläsningar hölls av Olof Magne och Gudrun Malmer. Alla presentationer som gjordes var på något skandinaviskt språk. Huvudsakligen presenterades och diskuterades situationen i de olika länderna. Konferensen dominerades av traditionella specialpedagogiska perspektiv. I någon mån behandlades även sociala aspekter. Konferensen konstaterade att även om matematiksvårigheter kunde identifieras som ett relativt stort problem och frågorna i huvudsak var gemensamma i de nordiska länderna så saknades en gemensam miljö i Norden för att dryfta dessa frågor. En fortsättning av något slag var ett starkt önskemål bland deltagarna vid konferensens slut.

Örebro

Fortsättningen kom två år senare, hösten 2003, med den andra konferensen i Örebro, *Democracy and Participation. A Challenge for Special Needs Education in Mathematics*. Det var här som forskarnätverket officiellt etablerades och som grunden lades till det fortsatta nordiska samarbetet. Genom ett mycket välvilligt stöd från min dåvarande institution, Pedagogiska institutionen vid Örebro universitet, kunde nätverket samlas under två dagar på våren och då drogs riktlinjerna upp för konferensprogrammet och nätverkets organisation. Dessa planeringskonferenser har sedan blivit en viktig del i nätverkets verksamhet.

Konferensens inriktning fick nu en tydlig social dimension när frågan om inklusion började att problematiseras. Förutom Olof Magne och jag deltog tre utländska plenarföreläsare, Petra Scherer och Marianne Nolte från Tyskland och Afzal Ahmed från England. Nu var det inte bara plenarföreläsningar, utan även flera papers presenterades på engelska.

Inledningsdagen redovisade jag i plenum Olof Magnes och min Medelsta-studie. Vi hade dagen innan lyckats få en artikel på DN Debatt där studien presenterades. Resten av den dagen var jag upptagen av intervjuer med tidnings- och radiojournalister – det ingick väl egentligen inte ingått i mina planer, men det

var bara att gilla läget. Genom artikeln fick vi en stor uppmärksamhet kring konferensen.

Aalborg

Den tredje konferensen under rubriken *Mathematics Teaching and Inclusion* hölls i Aalborg. Nu hade deltagarantalet vuxit till runt 100. De flesta paperpresentationerna var på något skandinaviskt språk. Olof Magne gjorde ett slags State of the Art för forskningsfältet. Därefter följde en redogörelse för läget i de olika nordiska länderna.

En annan av plenarföreläsarna var Monika Dalen från Oslo universitet, som talade över ämnet *Från integration till inklusion*. Neuropsykologen Brian Butterworth från England höll den avslutande föreläsningen över *Dyscalculia: A Practical Application of Neuroscience to Education*.

Själv hade jag tillsammans med Paola Valero, numera redaktör för NOMAD, ett mycket uppskattat inlägg där vi introducerade frågan om evidensbaserad pedagogik. Inslaget formerades som ett *pro et contra* evidensbaserad pedagogik, där jag pläderade för och Paola emot. Den var en utmärkt form – polemiskt slagkraftig och engagerande. Framställningsformen kan starkt rekommenderas för andra konferensorganisatörer.

Innehållet i paperpresentationerna visade nu på ett vidgat perspektiv, såsom frågor om såväl vuxnas som förskolebarns matematiklärande, liksom frågor om lärarens roll i ett inkluderande klassrum.

Nästa konferens

Den femte nordiska konferensen anordnas på Island hösten 2009. Ni som ännu inte deltagit på någon tidigare konferens hälsas välkommen att ta del av ett spännande tvärvetenskapligt forskningsområde.

Upprinnelsen

Det finns en liten förhistoria till de nordiska konferenserna som inte så många känner till. På matematikbiennalen i januari 2000 hade Olav Lunde vid *Sørlandets kompetensesenter*, Olof Magne och jag ett samtal om vårt gemensamma intresseområde – matematiksvårigheter. Vi talade om en nordisk värdegemenskap i dessa frågor och kände ett behov av på något sätt manifesteras detta. I samtalet föddes idén om en nordisk konferens, dock utan att egentligen ta konkret gestalt.

Senare på våren etablerades *Forum for matematikkvansker* som ett samarbetsprojekt mellan *Sørlandets kompetensesenter* och *Høgskolen i Agder*. Pådrivande i detta arbete var bland andra Olav Lunde. En av uppgifterna som forumet tog sig an vara att initiera ett nordiskt samarbete.

Olof Magne var sedan en av plenarföreläsarna på den första konferensen. Själv var jag i Tyskland på en annan konferens. Resten är, som man säger, historia. Tack Olav Lunde, som tyvärr tvingades stanna hemma på grund av svåra ryggsmärtor när konferensen i Vasa gick av stapeln.

Konferensdokumentationer

Alla konferenser har dokumenterats enligt nedan.

Kristiansand

Forum for matematikkvansker (2002). *En matematik for alle i en skole for alle*. Rapport fra det 1. nordiske forskerseminar om matematikkvansker. Kristiansand, 25–28. september 2001. Klepp st: Info Vest Forlag.

Beställes via förlaget: <http://www.infovetsforlag.no>

Örebro

Engström, A. (Ed.). (2004). *Democracy and Participation – A Challenge for Special Needs Education in Mathematics*. Proceedings of the 2nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics. Reports from the Department of Education, 7. Örebro University.

Rapporten slutsåld. Kan laddas ned via DIVA. Sök på titel eller författarnamn (redaktör). <http://www.diva-portal.org>

Aalborg

Østergaard Johansen, L. (Ed.). (2007). *Mathematics Teaching and Inclusion*. Proceedings of the 3rd Nordic research Conference on Special Needs Education in Mathematics. Department of Admission Courses. Aalborg University. Aalborg.

Nyligen utkommen. Endast tryckt i begränsad upplaga – går ej att köpa. Kommer att finnas på några nordiska bibliotek. E-publicering förbereds.

Hemsida

Hemsida för det nordiska nätverket *Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics*: <http://www.matematikkvansker.net>

Här finns också länkar till de olika nationella nätverken.

/ Arne Engström

Interview:

Perspectives on Swedish research in mathematics education

In April 2007, Eva Jablonka came to Sweden from Freie Universität in Berlin to be a professor in mathematics education at Luleå Technical University. In an interview with the editor, she elaborates on her ideas of different approaches in mathematics education research in Sweden and on her own approach.

- What were your ideas about mathematics education research in Sweden and in the other Nordic countries before you started as a professor in Luleå half a year ago?

I have a high opinion about the research in the Nordic countries. But I have to admit that before I considered to come to Sweden, I did not differentiate so much between Sweden, Denmark and Norway, only between Finland and the rest. I considered the "Nordic" research very much linked to social issues (eg. gender), democracy and mathematical literacy, mathematics for all. After I had agreed to take the position in Luleå, some months before I arrived, I had the opportunity to listen to the presentations of the doctoral students from the Swedish research school financed by "Riksbankens Jubileumsfond" (at a conference in Linköping). That gave me a better picture of the variety of the research carried out in Sweden. Of course, I was familiar with the research of my Swedish colleagues from the Learner's Perspective Study (see Appendix), in which I participate since the very beginning (1999). If I am allowed to make such a judgement, my impression now is that there are two different traditions of research in mathematics education in Sweden. One is more linked to educational science, and the other to research that could be considered as an appendix of mathematics. I see these strands also linked to different identities of the researchers involved. I think that this makes a very productive research environment, if we consider the connections between these lines and between the results they have produced (rather than seeing it as a division).

- I agree, but nevertheless you talk about the distinction between the two approaches as if it was a dichotomy? How would you position your own research in the Swedish landscape?

In some conversations with people engaged in mathematics education, I indeed had the impression that they see it as a dichotomy, as if there were two mutually exclusive alternative research programmes. I think it is a false dichotomy, and talking about it as if it were one, is just a rhetorical means for presenting an argument in favour of one of the alleged alternatives.

There are different societal pressures on mathematics educators, be it on teachers or on researchers. In addition to understanding of how the learning of specific mathematical topics takes place throughout the curriculum, we have to understand the historical, economic, political and social forces shaping mathematics education. Teaching has become a complex professional activity and there are some extra demands to which teachers have to respond these days. So we have to address a wide range of questions in research in mathematics education. I see much of my own research as an effort to connect and compile different approaches. Some of my research is more linked to issues that are specific to a mathematical topic (e.g. mathematical modelling), some has a focus on an aspect of teaching and learning mathematics that is less content-specific (such as classroom communication). However, my research questions have always been emerging from educational aspects.

- What do you mean by educational aspects. Do you mean that the problem to be investigated arises from mathematics teaching or learning? And/or do you mean that your research interest is always educational?

Both. As I pointed out, I consider it important to take into account the political, social and cultural underpinnings of mathematics education when identifying a phenomenon of interest. This includes an exploration of the potential of alternative theoretical frameworks for describing and analyzing common phenomena arising from mathematics teaching and learning, for example theories from philosophy of science or from sociology. Mathematics is still by many seen as mysterious and obscure, as a science that can be understood and entered only by a few selected. Such a view of mathematics is always connected with abandoning the others. My educational interests are directed towards establishing a rewarding mathematics education for all. The problems that I am investigating as well as the frameworks that I am exploring and adapting are linked to these interests.

- Could you tell us about some of the specific problems related to “mathematics for all” as you see them right now and maybe present one or two related research questions?

One of the problems is that mathematics education is, in fact, not for all neither in terms of goals nor in terms of students' participation and outcomes. This is largely a question of curriculum development. Policy makers and industrial leaders tend to see the national welfare and competitiveness linked to the quality of science and mathematics education. Consequently there is a trend to push science, technology, engineering and mathematics education. The goals of mathematics education are in danger of being constructed in opposition to the goals of education in the liberal arts and to ideals of education for self actualisation and citizenship. On the other hand, we witness the expression of new goals in concepts such as 'mathematical literacy', 'matheracy', 'numeracy', 'quantitative literacy', which counterbalance this trend. There are many research questions connected to curriculum development in the light of these new goals for mathematics education for all, which are fractionally reflected in curriculum documents. However, a shift of goals in the official curriculum does not necessarily imply any shift in classroom practice. We do not know much about teachers' interpretations of the goals of mathematics education stated in curriculum documents (such as "kursplaner", "prov",...). In classrooms, we find a tension between academic mathematics (including technical language) and everyday language, which is one reason for the students' difficulties of linking formal school mathematical knowledge to applications from everyday contexts. I think we do not have enough knowledge about how teachers actually deal with this tension in the classroom (e.g. by avoiding technical terms or by ignoring relations to everyday language). Another set of questions concerns investigating distinct (definable) groups of students who successfully/ un-successfully participate in mathematics classrooms and finding out which types of classroom practice afford/ constrain their participation. These are, for example, students with an immigrant background or groups of students with similar socio-cultural and/or economic background, or groups of low-achieving boys.

- You point out "mathematical literacy" as a possible counterbalance to the tendencies towards more technocracy. PISA pretends to measure young people's mathematical literacy and tomorrow (4 December) the PISA 2003 results will be published worldwide. How would you place this OECD survey in the landscape?

It is important to recognise that one of the OECD's main tasks is to provide governments with data for forecasting economic developments. Accordingly, the functioning of an educated workforce as human capital in the service of economic growth policy is of interest, rather than the ideals of education for self actualisation and citizenship. There is a danger that education increasingly

stresses instrumental knowledge and marketable skills. In many countries, the PISA study is conducted by private educational service industries. These test-industries have developed sophisticated testing-instruments, including proprietary software for the scaling of achievement data, such as the one used in PISA. I tend to classify the whole endeavour as a technocratic initiative that is based on the (positivistic) assumption of measurability of a competency as rich and complex as “mathematical literacy”. As I do not think that the students’ PISA-scores in mathematics can be interpreted as empirical evidence of the ‘mathematical literacy’ described in the theoretical framework of the study, I consider the literacy-framework merely a rhetorical disguise of the achievement test.

- Thank you very much for sharing some of your thoughts and ideas with the members of SMDF. Now, I am looking forward to here your plenary lecture “The Everyday and the Academic in the Mathematics Classroom: Confrontation or Conciliation?” at MADIF6, 30 January, 2008, and later, in the spring of 2008, at NORMA08 (Copenhagen, 21-26 April), where you will be the keynote speaker of the theme “Mathematics for all: why? what? when?”.

/ Tine Wedege

See next page for Appendix: *The Learner’s Perspective Study*

The Learner's Perspective Study (LPS)

An international research collaboration in mathematics education (since 1999, ongoing)

Aims and scope

The Learner's Perspective Study examines the patterns of participation in competently-taught eighth grade mathematics classrooms in fifteen countries in a more integrated and comprehensive fashion than has been attempted in previous international studies. The aim of this research is to document not just the obvious social events that might be recorded on a videotape, but also the participants' construal of those events, including their memories, feelings, and the mathematical and social meanings and practices which arose as a consequence of those events.

Research design

A significant characteristic of the Learner's Perspective Study is the documentation of the teaching of sequences of lessons, rather than just single lessons. The data related to each lesson comprise classroom videotapes, teacher questionnaires, video-stimulated student interviews, teacher interviews, field notes from classroom observation, students' productions, and resources used by the teacher.

Participating Research Teams

The fifteen research teams now participating in the Learners' Perspective study are based in universities in Australia, China, the Czech Republic, Germany, Israel, Japan, Korea, Norway, The Philippines, Portugal, Singapore, South Africa, Sweden, the United Kingdom and the USA. The Swedish part of the LPS-project was a collaboration between Gothenburg and Uppsala universities. Project leader was Sverker Lindblad (previously in Uppsala, now in Gothenburg). Among others two members of SMDF were active as researchers in the project (Johan Häggström and Ulla Runesson). Jonas Emanuelsson was responsible for the project at Gothenburg University and is the contact person to LPS in Sweden (jonas.emmanuelsson@ped.gu.se).

Books

The results of the Learner's Perspective Study are reported at conferences, in articles, and in a Book Series. The first two volumes are:

- *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective* - edited by D.J. Clarke, C. Keitel, & Y. Shimizu.
- *Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around the World* - edited by D.J. Clarke, J. Emanuelsson, E. Jablonka, & I.A.C. Mok.

New doctors in mathematics education in the Nordic countries during 2007

In the final SMDF Newsletter during 2006 I reported about the 21 doctoral dissertations that were presented in the Nordic countries during that year. The number was an all time high in the research area of didactics of mathematics and one explanation for that was that 2006 was the year when the 21 doctoral students in the Swedish Graduate School in Mathematics Education were supposed to finish. Now eight of them did so and it added substantially to the total number of 21. Here follows that report for 2007. This year the number of dissertations (known to us) was 10, which is maybe what we can expect for coming years.

In February Elin K. Lie Reikerrås defended her thesis *Aspects of arithmetical performance related to reading performance: a comparison of children with different levels of achievement in mathematics and reading at different age levels*. Her dissertation was the first one in a new doctoral program in special education at Stavanger University in Norway. The performance of pupils on different kinds of tasks was studied: word problems, counting facts, multi-step tasks and mental calculation tasks. Three studies were carried out using quantitative methods with 941 pupils in ages 8 to 15. Results show that the ability to solve word problems is not related so strongly to reading abilities as to general level of mathematics. In tasks with counting facts the level of reading ability did not influence mathematics performance. In tasks with several steps the findings show that weak reading ability influences in early ages. In mental calculation when pupils had no visual support the level of reading ability was strongly related to the level of mathematics performance, while general level of mathematics was not of crucial importance.

Bodil Kleve's dissertation *Mathematics Teachers' interpretation of the curriculum reform, L97, in Norway* was presented at Agder University College in May. It is a qualitative study of mathematics teachers in compulsory school and how they interpret and implement the curriculum reform, L97. In the case study both the individual and the social perspectives in teaching and learning are illuminated. Data consist of classroom observations, focus group interviews, conversations with teachers, self estimation and questionnaires. The results indicate that teachers have interpreted the plan very differently and had different teaching practices. The study shows that the introduction of a new curriculum does not necessarily lead to change in teaching practices in mathematics and it takes a

long time to carry out reforms in school. It is teachers' mathematical and didactical competence that is decisive for what kind of mathematics teaching pupils will meet in school.

At Ålborg University Sikunder Ali Baber defended his thesis on May 3: *Interplay of citizenship, education and mathematics: Formation of foregrounds of Pakistani immigrants in Denmark*. The project aims to make a contribution to the debate around multiculturalism while bringing attention to the foregrounds and backgrounds of immigrants. The research study presents an investigation into the foregrounds and backgrounds of three Pakistani immigrant families in Denmark. How have they been engaged in perceiving and making their living within the Danish nation-state context and how are their lives being transformed as an effect of 9/11 scenario and the globalization processes? Attention is given to factors that are responsible for the formation of the foregrounds of Pakistani immigrants as part of conditions of their citizenship in the Danish welfare state. Here immigrants' access to and experiences with education and mathematics have been recognized as ways to secure their rightful place within Danish welfare society. The importance of mathematics has been recognised as a tool to deal with the complex interplay of numbers within the transformation of modern society.

In June Anne Brigitte Fyhn defended her doctoral work *Angles as tool for grasping space: Teaching angles based on students' experiences with physical activities and body movement* at the University of Tromsø in Norway. Her work consists of four papers and two DVDs held together by a preamble, which includes the theoretical framework and the methodology chapter. She asks 'How can the teaching of angles be based on the students' experiences with physical activity and body movement?' Another question dealt with is how students describe and explain angles in drawings and written text when they mathematize climbing with respect to angles. She also investigates how teachers do attain students' mathematizing of climbing as approach to their teaching of angles. The papers illustrate tries to use compass and climbing as a tool together with analytical drawings as alternative ways for students to learn about geometry and angles. Teachers need to get acquainted with inductive enactive mathematics teaching before they are able to grasp the students' mathematizing of climbing. In the papers and DVDs teachers can get new ideas about how to introduce pupils to different parts of geometry by using physical activities and body movement.

Johan Prytz at Uppsala University in Sweden defended his dissertation also in June, 2007. The title is *Speaking of Geometry: A study of geometry textbooks*

and literature on geometry instruction for elementary and lower secondary levels in Sweden, 1905-1962, with a special focus on professional debates. His purpose is to investigate textbooks and literature used by teachers in elementary schools (ES) and lower secondary schools (LSS) –related to instruction of geometry. Attention is given to debates about why a course should be taught and how the content should be communicated. In the period 1905-1962, the Swedish school system changed greatly but it is not really known how the teaching of mathematics changed in Sweden. The time before 1950 is often described as traditional, static or isolated. Geometry instruction in Sweden did change in the period 1905-1962 and geometry instruction in LSS was discussed. Two major issues were the axiomatic method and spatial intuition. Textbooks for LSS not following Euclid were produced also, but the axiomatic method was kept. By 1930, these alternative textbooks were the most popular. The textbooks in ES also changed. Visualizability was a central concept in the debate. Some features did not change. Throughout the period, the rationale for keeping axiomatic geometry in LSS was to offer training in reasoning. The axiomatic method was the dominating theme in ongoing discussions but not heuristics. Discussion on heuristics would have been relevant considering the final exams in the LSS. A skilled problem solver had better chances to succeed than a master of proof.

In August Tomas Højgaard Jensen discussed his thesis with the opponents at Roskilde University Centre. He wrote about *Utvikling af matematisk model-leringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke?* (Developing mathematical modelling competency as the hub of mathematics education – why not?). He wants to investigate if he, based on analyses from the perspective of mathematics as a teaching subject and cognitive psychology, can argue for potentials of working with the analysis and construction of mathematical models in general education with a mathematical content. He also inquires into what meaning he can ascribe to the concepts mathematical modelling, competency, technological competency and democratic competency to make them a constructive tool with respect to the identified potentials in relation to thinking about and plan, carry out and evaluate general education with a mathematical content. Further Tomas wants to reply to what organizational characteristics of the way mathematical modelling can potentially be integrated into the teaching he can defend as being central based on the theoretical analyses, if the goal is to develop pupils' mathematical modelling competence as much as possible. Finally a fourth question in the work is what the nature is of the hindrances that in a specific case stand in the way of the Utopia of a complete realization of the good practice in accordance with the central organizational characteristics. A number of potentials can be found but there are also

hindrances in this work, such as when the examination conditions not are fully in accordance with the teaching goals and methods used.

Eva Taflin at Dalarna University College defended her thesis at Umeå University in June. The title is '*Matematikproblem i skolan: för att skapa lärande*'. (Mathematical problems in school: in order to create learning). The purpose of her work was to define and explore what mathematical problem solving entails. The first part of the dissertation explores a sketch of what mathematical problem solving can offer in the teaching and learning processes. The second part of her work presents and analyses two so called rich problems. With rich problem she means problems which are especially constructed for mathematics education in a school context. Rich problems enable pupils with different capacity for mathematics to work with the same problem and solve it with different mathematical ideas. A set of criteria for rich problems is presented. The methods used are video- and audio-recordings, stimulated recall with pupils and teachers, interviews and pupils' drawings. In the analysis indications are given of where concepts, procedures, conventions, strategies and formulae appear in the problem solving process. Examples from pupils' and teachers' work with problems are exposed.

Camilla Björklund at Åbo Akademi University has defended her thesis with the title *Critical conditions for learning – toddlers encountering mathematics*. The aim of her study is to discern how toddlers experience and learn mathematics in a day-care environment. Twenty-three children were observed and video-recorded during everyday activities. The methodology aims to describe and interpret human actions in natural settings. The analysis was based on phenomenography in order to discover how the children come to understand the different aspects of mathematics they encounter. The results show that toddlers encounter various mathematical concepts, similarities and differences and the relationship between part and whole. For a certain type of learning to occur, some critical conditions must exist. They are variation, simultaneity, reasonableness and fixed points. Adults working with young children play an important role for children's experiences and opportunities to explore mathematical concepts and phenomena.

Constanta Olteanu took part in the graduate school in pedagogical work in Umeå and defended her thesis at Kristianstad University in October. The title is *Vad kan x vara?: andragradsekvationen och andragradsfunktionen som object för lärande* ("What could x be?": the second degree equation and the second degree function as objects of learning). The aim of the thesis is to analyse, understand and explain the relation between the handled and learnt content, which

are second degree equations and quadratic functions. The study includes two teachers and 45 students in two different classes. The data consists of video-recordings of lessons, individual sessions, interviews and the teachers' and researcher's review of individual sessions. The students' tests were also an important part of the data collection. Variation theory was used for the analysis. The results imply that there is convergent variation leading the students to improve their learning. The variation leads students to make generalisations in each object of learning and between those objects (equations and functions).

Lisser Rye Ejersbo is situated at the Danish University School of Education in Copenhagen and her thesis, defended in December, has the title *Design and re-design of an in-service course: The interplay of theory and practice in learning to teach mathematics with open problems*. The question she asks is to what extent a meta-didactical transposition for mathematics educational research concepts can be incorporated into successive stages of redesigned courses and how effective are these redesigns measured by the participating teachers' reactions during the course. Four theoretical concepts were selected to assist in the redesign of the course: the interactive flowchart, the epistemological triangle, the virtual monologue and the socio-mathematical norms. Using design research methods she has gone through several cycles of redesign of the course, each time sharpening her tools for working with teachers on the skills of communication and reflection. The careful interweaving of theory and practice in the study should be of value for both practitioners and researchers.

With the report of these theses we have presented in all ten dissertations in mathematics education during 2007 compared to twenty-one in 2006, which was an exceptional year in mathematics education. There might be more, but these are the ones we have been told about. Please let us know if there are more to inform about. Are ten theses what we can expect in 2008 or will the normal level be higher in the future? We know that at the moment more than eighty doctoral students are active in their research studies in the Nordic countries and more students are taken up all the time. Even the number of professors in didactics of mathematics seems to be increasing. A new professor has been appointed in Växjö University and will start from first of January 2008; it is Jeppe Skott from Denmark. Professorships have been announced in Trondheim, Bergen and Stavanger and a few persons in other places have been promoted from a lectureship to a professorship. So soon the number of professors in mathematics education in the Nordic countries has multiplied many times even from the beginning of this century.

/ Barbro Grevholm

Licentiatstudium:

Förhållande mellan matematik och språk Hinder och möjligheter för tvåspråkiga elever

Bakgrund

I såväl läroplanen för grundskolan (Utbildningsdepartementet, 1994) som i avsnittet om matematik i kursplaner för grundskolan (Skolverket, 2000) anges att eleverna ska utveckla sådana kunskaper som är nödvändiga för att de ska kunna bli fullfärdiga medlemmar i samhället, samt ge grund för fortsatt utbildning.

Många elever som har ett annat modersmål än svenska når inte de uppsatta målen i matematik och andra kärnämnen i grundskolan. Därför minskas deras möjligheter till fortsatt gymnasieutbildning. En del av dessa elever hamnar så småningom utanför utbildningssystemet och kan inte utöva sina demokratiska rättigheter. Minoritets elever som inte blir godkända i kärnämnen, det vill säga svenska, engelska och matematik, är överrepresenterade i Malmö skolor. Det finns ett behov av att pröva nya organisationsmodeller och utveckla didaktiska undervisningsmetoder som gynnar minoritets elevers skolframgång. Det pågår olika försök och projekt för att pröva nya undervisningsmodeller i Malmö med syfte att utöka minoritets elevers möjlighet att få godkänt i kärnämnen varav matematik är ett. Ett samarbete mellan Resurscentrum för mångfaldens skola (RMS), Malmö stad, Myndigheten för skolutveckling och Malmö högskola, är ett försök att främja forskningen inom olika utvecklingsområden där sex licentiatstudenter har blivit antagna för att forska på halvtid och under resten av tiden fortsätta i sin skolvärld. Trettio procent av tiden kommer de att bedriva ett skolutvecklingsarbete inom Malmö kommun. Under tjugo procent av tiden kommer de att arbeta på sin ordinarie förskola, grundskola och gymnasieskola. Under detta projekt fick jag, Sarah Bolin, lärare i matematik och natur- orienterade ämnen möjlighet att delta i forskning inom Matematik och språkutveckling. Ett annat försök är tvåspråkig undervisning som erbjudits arabisktalande elever i olika stadsdelar i Malmö. Där möjlighet till tvåspråkig undervisning ska ses som en del i de övergripande utvecklingsområden som Malmö skolplan satsar på. Språkutveckling är ett prioriterat utvecklingsområde i kommunen. Språkutveckling som byggs utifrån elevens behov, intresse och förutsättningar ökar förstäl-

sen för hur eleven lär sig matematikämnet eller övriga kärnämnen på ett gynnsamt sätt.

Intresseområdet och elevgrupp

Mitt intresseområde är förhållandet mellan språk och matematik, hinder och möjligheter för tvåspråkiga elever. Den elevgrupp som jag kommer att följa i mina studier är en grupp som har haft möjlighet att delta i matematikundervisning som skett enbart på svenska och på svenska och arabiska i olika stadsdelar i Malmö kommun. Detta innebär att undervisningen och lärandet i matematik har bedrivits dels på elevens modersmål arabiska och dels på inlärningspråket svenska. Eleverna som kommer att delta i mina studier går i de tidigare skolåren ett till fem.

Grundproblem, syfte och frågeställningar

Min bakgrund, erfarenhet som tvåspråkig lärare i matematik, mitt intresse för tvåspråkighet och mina fyra års högskoleutbildning i arabiska, har påverkat mitt val av grundproblem. Det övergripande grundproblemet är hur avgöra om tvåspråkiga elever som inte lyckas i matematik har brister i matematik eller språkkunskap? För att få en samlad bild om mitt grundproblem kommer jag att dels studera kommunikationen mellan lärare och elev, dels kommunikationen mellan elever. Många matematiker- didaktikerforskare har betonat att lärandet i matematik är direkt knutet till kommunikation, språk och språkutveckling.

På denna grundval är syftet med min undersökning att tydliggöra och sprida kunskap om vad som händer med elevernas begreppsbyggnad och begreppsförståelse när de får matematikundervisning på två sätt, enbart på svenska respektive på svenska och arabiska. Den preliminära frågeställning som jag vill undersöka är följande:

- På vilket sätt försöker lärarna avgöra om tvåspråkiga elever som inte lyckas i matematik, har brister i matematik eller språkkunskap?

I relation till detta finns det ytterligare frågor som kommer att följa med i mitt arbete: Hur fungerar egentligen matematikkommunikationen mellan enspråkiga läraren och de tvåspråkiga eleverna? Hur kommunicerar tvåspråkiga elever med varandra under matematiklektionerna? Hur kan lärarna stödja eleverna i en kommunikation som stärker deras matematikundervisning?

Malmö stads skolplan

En central formulering i Malmös Stads Skolplan, fastsällad i april 2004, är viktiga av Språkutveckling för utveckling av kunskap och lärande:

Språkutveckling är nyckelordet för Malmö stads skolpolitik. Det svenska språket intar en särställning då det är grunden för lärande och kommunikation. Modersmålets betydelse för inlärningsprocessen, för elevernas integritet och självförståelse men också som en kompetens i egen rätt, kan emellertid inte nog betonas. Undervisning i och på modersmålet ska därför vara en bärande del av skolans arbete. (Malmö Skolplan: 5)

Sammanfattningsvis verkar det finnas en vilja och medvetenhet i Malmö kommun att se elevens modersmål som en resurs för lärande. Det finns också en vilja att pröva undervisning i matematik på modersmålet vilket förhoppningsvis leder till en högre grad av måluppfyllelse, det vill säga att samtliga elever ska nå godkänt i matematik på grundskolan. Malmö kommun har finansierat min och de andra licentiaternas forskningsstudier, varför jag vill rikta ett varmt tack till kommunens framsynta företrädare.

/ Sarah Bolin

Programme for 2008 for the Nordic Graduate School in Mathematics Education (preliminary draft)

UiA course on Methodology in Mathematics Education
(contact Elna.Svege@uia.no)

Seminar for supervisors in Tallin and Helsinki, 10-11 April
(overlapping with course)

Minicourse for doctoral students in Helsinki, 11-13 April on conceptions
Workshop for doctoral students and supervisors during Norma08, 21-25 April in
Copenhagen

Seminar for Baltic supervisors in connection to the Baltic conference, May 10
(prel.) in Vilnius, Lithuania

Seminar for supervisors together with our international contacts, October 8-11
outside Copenhagen: Theme: *Internationalism versus localism as a challenge in
our field.*

Winter school for doctoral students in week 48 or week 49 in Sigtuna, Sweden

/ Barbro Grevholm

EU-project:

Developing Quality in Mathematics Education II (DQME II)

Bakgrund

Den 29 januari 2007 kom det ett mail från Hans-Wolfgang Henn, verksam vid institutionen för matematik vid universitet i Dortmund:

Dear friends,

Since almost three years, my colleagues and I are co-ordinating the Comenius project “Developing quality in mathematics education“ (Comenius 2.1). The project will be finished by the end of September, 2007. For quite some time we are planning a follow-up network project in order to develop and spread our results further within a larger European network. We would like to enlarge the project to at least 10 different participating European countries. The current project partner from Germany, Great Britain, Poland and Hungary plan to continue their engagement.

You are cordially invited to join our network project. In detail, this invitation is sent to:

Claudi Alsina, Spain

Morten Blomhøj, Tomas Højgaard Jensen, Denmark

Cinzia Bonotto, Italy

Hans Humenberger, Austria

Thomas Lingefjärd, Sweden

The ideal setting for the national project partners consists of one or two schools (lower or upper secondary level) and a teacher education institution such as your university.

Det är värt att notera att det finns många olika EU-projekt, mest kända är kanske EU:s ramprogram för forskning och teknisk utveckling. Ramprogrammet löper oftast i tidsperioder om minst fyra år. Just nu befinner vi oss i det sjunde ramprogrammet - FP7 - som pågår 2007–2013. Inom utbildningssektorn finns Sokrates som nu byter namn till ”Lifelong Learning” och därinom finns

COMENIUS - Skolutbildning

ERASMUS - Högre utbildning

GRUNDTVIG - Vuxenutbildning och andra utbildningsvägar

Övergripande för alla projekt inom olika EU-program är att främja Europas utveckling. Projekten är ämnade att ge en extra dimension till det arbete man redan genomför och skall vara till nytta för så stor del av Europa som möjligt. Grundläggande är många partners, att alla bidrar till finansieringen och att resultaten sprids.

DQME II

Projektet Developing Quality in Mathematics Education II är ett samverkansprojekt mellan 12 Europiska länder inom Comenius. Göteborgs universitet är svensk representant och varje nationellt lärosäte har rätt att ha med två partnerskolor i projektet. För svensk del är Kitas gymnasium och IHGR i Göteborgs svenska partnerskolor. EU meddelade sitt beslut om finansiering den 5 september 2007.



Projektet är unikt så till vida att över 30 forskare, lärarutbildare och lärare träffades under fem dagar i mars 2007 i Dortmund, Tyskland för att tillsammans enas om en projektbeskrivning tvärs över Europa. Från Italien i söder till Sverige i norr, från Rumänien i öster till England i väst. Deltagande länder är, Danmark, England, Holland, Italien, Polen, Rumänien, Slovakien, Sverige, Tjeckien, Tyskland, Ungern, Österrike.

Projektet syftar till att lyfta fram goda undervisningsidéer och goda exempel på framgångsrik undervisning i matematik på gymnasienivå, varje land skall se till att ta fram goda undervisningsexempel på matematisk modellering, dokumentera och filma undervisning och kommunikation i klassrummet, textsätta dessa filmer med engelsk text tillsammans med översättning av befintligt undervisningsmaterial samt via nätverket sprida dem till de deltagande länderna och eventuellt vidare. Dessutom vill projektet möjliggöra för lärare och elever på gymnasiet att tillbringa tid i något av de andra medlemsländerna i projektet.

Thomas Lingefjärd är projektansvarig för DQME II i Sverige och sitter med i ledningen för den forskningsgrupp som följer projektet.

Time	Activity	Focus
November 14	First meeting of the re-search group Bratislava	<p><u>QOME II Research group</u></p> <p>Development of Assessment tools</p> <p>Development, Reflection and Evaluation of quality Criteria for learning material</p> <p>Development, Reflection and Evaluation of quality Criteria for teaching methods</p> <p>Clarification of planning programme for the dissemination of materials, results and ideas during the period 2008-2010.</p>
November 15 - 18	First meeting of the whole project group Bratislava	<p>Allocation of dissemination tasks for partner teachers and teacher trainers in member countries at courses, workshops and meetings throughout 2007-8. Preparation for dissemination of materials, internet and communication platform. Planning of feedback evaluation and publication through the period 2008-2010.</p>

Intentioner och förhoppningar

En av grundtankarna bakom projektet är att den demokratiska processen inom EU måste fortsätta, länder skall samarbeta och inte kriga. En annan utgångspunkt är att det måste finnas goda exempel på hur matematikundervisningen kan förbättras inom EUs olika medlemsländer och dessa kan vi identifiera, förädla, genomföra, dokumentera och sprida till varandra.

En tredje målsättning är att möjligheten för lärare och elever att resa till ett annat land och delta i matematikundervisningen där för en kortare eller längre period kommer att skapa kontaktytor, ge förståelse för kulturella skillnader och likheter och grundlägga fortsatt samarbete över nationsgränserna.

Det är en intressant och spännande utmaning att få påverka och presentera svensk matematikundervisning inför ett Europeiskt auditorium och jag är mycket tacksam för den positiva respons som jag har mött från lärare och rektorer på IHGR och Kitas Gymnasium i Göteborg. Vårt inledande samarbete med denna ansökan lovar gott för framtiden. Under tre år kommer jag och matematiklärarna på dessa gymnasieskolor att samarbeta vilket högst troligt kommer att förstärka kopplingen mellan Göteborgs universitet, lärarutbildningen och gymnasieutbildningen inom regionen.

/ Thomas Lingefjärd

Att undersöka förbättring av lärande i matematik

Inquiry into improvement of learning in mathematics⁷

Abstract: Lärandegruppen i KUL-projektet består av matematiklärare och didaktiker och syftar till utveckling av undervisningen i matematik, som ska leda till förbättrat lärande. En väg att 'spørre og undersøke elevers læring' är att diagnostisera den med tester och intervjuer. Den longitudinella delen av KUL-projektet består av skriftliga tester i 'Tall og algebra', 'Geometri og statistikk' (i begynnelsen och slutet av år 4, 7, 9 och 11) och intervjuer baserade på några av uppgifterna i testen så väl som ett 'spørreskjema' om elevers attityder och uppfattningar'. Intervjuer har också gjorts av lärarstudenter i deras femte termin med några utvalda elever i skolorna. I artikeln presenterar jag några av resultaten så långt och diskuterar om det är meningsfullt att använda instrument som testerna för att fånga upp förbättrat lärande i matematik. En fråga är om lärarna kan bruka resultaten från de longitudinella testerna för att inspirera sitt arbete med eleverna.

Målen i LCM-projektet

LCM-projektet syftar till att bygga upp en lärandegemenskap som kan erbjuda möjligheter till samarbete mellan lärare och matematikdidaktiker för att nå gemensamma mål. Vid högskolen i Agder bedrivs sedan tre år tillbaka forskningsprojektet *Learning communities in mathematics* (LCM). Projektet finansieras av Norges forskningsråd. Målet med detta projekt är att förbättra undervisningen i matematik och elevers lärande i matematik. De två bärande teoretiska begreppen i studien är "inquiry and community". Genom att bygga "learning communities" med lärare och didaktiker som tillsammans genomför "inquiry" i matematik, i matematikundervisning och i lärande av matematik syftar vi till en långsiktig förbättring av lärandet i matematik. Inquiry betyder här att ställa frågor, undersöka, ha en nyfiken hållning och att söka kunskap. I projektet undersöker vi och ställer *frågor om och i* matematik, lärande i matematik och undervisning i matematik. Mer om projektet finns på dess hemsida <http://fag.hia.no/lcm/>. En del av LCM-projektet är en longitudinell studie där vi följer elever genom upprepade skriftliga test för att få en bild av var eleverna står i sitt lärande och hur det

⁷ En bearbetad version av denna artikel (som bygger på en föreläsning vid KUL-konferensen i oktober 2006) har översatts till norska och publicerats i boken *Learning communities in mathematics*, Läringsfælleskap i matematikk, som redigerats av B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild och B. Grevholm. Boken har utkommit vid Caspar Forlag i Bergen i oktober 2007.

utvecklas. I analyserna av testen medverkar mastersstudenter. Flera artiklar från denna del av studien har redan publicerats (Andreassen, Breiteig & Grevholm, 2005; Kislenko, 2005; Breiteig & Grevholm, 2006).

Målen för LCM-projektet är ambitiösa och det är inte självklart hur de ska nås. Det är en lång rad frågor vi kan ställa oss i anslutning till de mål vi formulerat. Hur kan forskare lägga fram bevis för att lärandet har blivit bättre? Vad menar vi med bättre lärande i matematik? Och vi kan gå vidare och ställa ännu djupare frågor. Hur kan elever lära sig matematik bättre?

Hur kan lärare erbjuda elever bättre inlärningsmöjligheter? Hur kan didaktiker medverka till att förbättra lärande och undervisning i matematik? Vad menar vi med bättre undervisning i matematik?

För att få svar på frågorna måste vi på många olika sätt dokumentera läget och den eventuella utveckling som kan komma. Ett av de sätt på vilket vi önskade göra detta var att genomföra skriftliga test av eleverna.

Om att undersöka eller utvärdera lärande i matematik

Att evaluera eller utvärdera elevers lärande i matematik är en del av lärarens uppdrag. Ibland sker evaluering även på nationell eller internationell nivå. Evaluering görs av flera olika skäl. Det görs kanske främst för att läraren ska kunna informera eleven och föräldrarna om elevens utveckling och framsteg i matematik. Det görs också för att läraren ska kunna se resultaten av sin egen undervisning samt för att läraren ska kunna rapportera till skolledarna och samhället om resultatet av sitt och elevernas arbete.

Evaluering bör givetvis genomföras så mångsidigt och varierat som möjligt för att ge en god beskrivning av lärandet. I en klass kan läraren följa en elevs dagliga utveckling genom observationer och bedöma till exempel både arbetsinsatsen och elevens verbala kommunikation med andra elever och med läraren. Utvärdering ska i vissa fall redovisas i form av ett omdöme, ett betyg eller en karaktär. I matematik är det regel att läraren också använder sig av skriftliga tester eller prov för att på kort tid få en bild av alla elever samtidigt och kunna rangordna deras prestationer. I läroplaner och kursplaner betonas oftast att bedömningen bör vara allsidig och inte grunda sig enbart på skriftliga prov. Trots det vet vi genom olika undersökningar att matematiklärare fäster stor vikt vid de skriftliga proven. Det förhållandet bekräftas även i vår LCM-studie vid intervjuer vi har gjort med lärare.

Det finns mycket matematikdidaktisk forskning om bedömning och utvärdering, som visar att området är komplext (Niss, 1993; Leder, 1992; Boesen, 2006). Flera internationella undersökningar som IEA-, TIMSS- och PISA-studierna har genom åren väckt stort uppseende och skapat offentlig debatt. Däremot vet vi mindre om hur de egentligen har påverkat lärarna och den undervisning de ger. I Norge genomfördes en stor studie KIM (Kvalitet i matematik) (Brekke, 1994) och som en följd av den gavs det ut flera skrifter i avsikt att erbjuda lärarna underlag för diagnostisk undervisning och förändring av den studerade situationen (Brekke, 1995 ab). I Stockholm har PRIM-gruppen (PROV I Matematik) arbetat i många år för att visa hur bedömning och utvärdering kan påverka undervisningen till elevernas bästa. Diagnoscheman och underlag för muntlig bedömning har tagits fram till lärarnas tjänst. Vilken effekt dessa arbetsinsatser haft i klassrummen vet vi dock inte.

Om den longitudinella studien i KUL-projektet, varför och hur

Då vi förberedde KUL-projektet våren 2004 var vi eniga om att vi behövde ha en bild av var de elever som ingår i studien befann sig kunskapsmässigt i matematik. Vi önskade även följa utvecklingen över tid under projekttiden. Eftersom flera hundra elever skulle vara med i projektet kunde vi inte följa dem enskilt eller intervjua dem alla. Den enda möjlighet vi hade för kartläggning var att med lärarnas hjälp genomföra skriftliga tester. Vi beslöt därför utforma skriftliga tester och att genomföra dem vid varje läsårs början och upprepa samma test vid läsårets slut med samma elever. Vi kunde inte ta med alla elever av praktiska skäl och valde då år 4, 7, 9 och 1 i 'videregående skole' (vgs). Ett av skälen för valet var att de 'nasjonale prøver' gavs i de klasserna, så när som att vi tog år 9 istället för år 10, som är examensår för grundskolan. Eleverna kunde bara tänkas avsätta en begränsad tid för testerna och därmed var vi tvungna att välja ut några områden och några problem inom varje område som vi kunde testa på. Vi valde 'Tall og algebra' samt 'Geometri og statistikk' därför att vi finner dem centrala och grundläggande. Tiden medgav inte att vi prövade ut testuppgifter själva. Vi vet att nya testuppgifter måste nog prövas ut så därför föredrog vi att använda testuppgifter som vi hade erfarenhet av från tidigare. En liten arbetsgrupp bestående av två didaktiker i gruppen och en erfaren lärare diskuterade fram urvalet av uppgifter. De är hämtade från bland annat välkända tester som TIMSS, PISA, KIM, Kassel-Exeter-studien och några andra tidigare norska tester. En fördel var då att vi även hade tidigare resultat som visade hur andra elevgrupper klarat dessa uppgifter. Det öppnade för möjlighet att göra vissa försiktiga jämförelser.

Valet av uppgifter diskuterades ingående och balansen mellan olika typer av uppgifter som prövar färdigheter, kunskaper och förståelse av begrepp. Innehållet i kursplanen L97 (KUF, 1996) var givetvis en av de faktorer som påverkade urvalet. Testerna ställdes samman och vi rådgjorde med lärare i projektet om deras lämplighet. Det fick till konsekvens att vi kortade ner det föreslagna testet för 'videregående skole' avsevärt samt att vi beslöt att i år 9 och 1vgs ge endast det ena testet, Tall og algebra. Skälet var att lärarna för de äldre eleverna bedömde att de inte kunde avsätta tid till två olika tester.

Testerna har nu genomförts fyra gånger, år 2004/05 samt år 2005/06 och under september 2006 genomförs den femte omgången. Eleverna i en viss klass genomför samma test i början och i slutet av ett läsår.

Testerna rättas genom vår försorg av didaktiker i samarbete med mastersstudenter. Skolorna får en detaljerad redovisning av utfallet, både på elevnivå och på skolnivå. Dessa rapporter till skolorna utarbetas av mastersstudenterna som skriver om testerna i studien. Alla data från testerna lagras i databasen för projektet och kan användas av alla som deltar i studien. Fram till nu har vi producerat tre mastergradsarbeten om testerna. De har skrivits av Irene Skoland Andreassen (2005), Hildegunn Espeland (2006) och Odd Helge Mjellem Tonheim (2006). Vid flera konferenser utomlands har vi presenterat resultat från studien (Grevholm, Berg & Johnsen, 2006ab)

Elevers attityder till och uppfattningar om matematik

En annan del av den longitudinella studien rör elevers attityder till och synsätt på matematik i skolan. Våren 2005 genomförde vi en enkät om hur elever ser på matematik, undervisning och lärande. Även i denna del önskade vi kunna referera till och jämföra med tidigare norska resultat. Av det skälet valde vi att använda det frågeformulär som KIM-studien (Kvalitet i matematik) hade använt 1995. De forskare (Gard Brekke och Åse Streitlien), som hade arbetat med den studien såg gärna att vi använde deras material och resultat. Vi genomförde en lätt anpassning av frågorna till våra behov. Data från denna enkät används nu både av en av våra doktorander Kirsti Kislenko (2005) samt en av didaktikerna. En motsvarande undersökning har Kirsti Kislenko (2006) genomfört i Estland och den kommer att ge oss möjlighet att se om det finns nationella särdrag i elevers uppfattningar. De skulle i så fall kunna bero på sociala, kulturella och ekonomiska olikheter mellan länderna som leder till att elever värderar matematik på skilda sätt.

Intervjuer med enskilda elever om hur de løser oppgifter

Slutligen har vi med hjelp av lærarstuderende som læser sin femte termin i utbilingen kunnat gjennomfra ett antal intervjuer med enskilda elever om hur de tänker då de løser visse av oppgifterna i testen. De intervjuerna gjennomfrdes hösten 2005 og nye ska göras nu under hösten 2006. De data som insamlas i intervjuerna använder de studerende som underlag för en uppsats i kursen MA119 'Tallteori og fagdidaktikk', de används også av mastersstudenterna, doktoranderna og av didaktikerna. Det r väldigt värdefullt för oss att de lærarstuderende kan göra dessa intervjuer samtidig som det ger dem en opplevelse av vad det innebär att medverka i ett forskningsprojeckt. Högskolan har beviljat oss srskilte medel för forsknings- og utvekkingsarbeite med den nämnda kursen. Vi har presenterat arbeite vid en konferens i Kristianstad og en i Tartu og skrivit om gjennomfrandet og resultatene (Grevholm, Berg & Johnsen, 2006ab). Se hemsidan.

Några resultat från de longitudinella delarna av LCM-projeckt

Elevernas förmåga att vlge räkneoperation

Ett område som betonas i kursplanen L97 r proportionalitet. Vidare betonas vikten av att eleverna ska veta vilken räkneoperation man ska vlge i en viss situasjon. I testerna för alle fyra nivåerna har vi tagit med oppgifter som prøver förmåga att vlge räkneoperation i oppgifter som bygger på proportionalitet. Vi frger oss hur stor andel av eleverna som br kunne klare en sådan oppgift. De lærere vi frågat anser att tre av fyra elever br klare denna typ av oppgift. Det r högst möjligt att hamna i en sådan rksituasjon i vardagslivet. Det vore alltså fullt rimligt ur perspektivet önskvärd medborgerlig kunnskap att de fleste klarer oppgiften. Vi ska se att så är inte fallet.

Proportionalitetsoppgifterna i testen kan se ut så hr. Den frste r från testet fr skolår 4:

- 10** Sett ring rundt *alle* regnestykkene som passer til regneoppgeben:
(Du skal ikke regne ut svaret).
- a** Jorunn har 3 bøker. Storessteren til Jorunn har 4 bøker. Hvor mange bøker har de til sammen?
- $3 \cdot 4$ $4 + 3$ $4 : 3$ $4 \cdot 3$ $4 - 3$ $3 + 4$
- b** 1 kg pølser koster 49 kr. Per kjøper 3 kg. Hvor mye koster det?
- $49 \cdot 3$ $49 : 3$ $49 + 3$ $3 + 49$ $3 \cdot 49$ $49 - 3$

I skolr 7 og 9 ger vi följande oppgift:

20 Sett ring rundt *alle* regneuttrykkene som passer til regneoppgaven:

a 24 halsbånd pakkes i eske. Om 24 halsbånd veier 3 kg, hvor mye veier da ett halsbånd?

$$24 \cdot 3 \quad 24 : 3 \quad 3 : 24 \quad 3 \cdot 24 \quad 24 - 3 \quad 3 + 24$$

b 1 kg pølser koster 49,50 kr. Per kjøper 1,7 kg. Hvor mye koster det?

$$49,50 \cdot 1,7 \quad 49,50 : 1,7 \quad 1,7 : 49,50 \quad 1,7 \cdot 49,50 \quad 49,50 - 1,7$$

c Kaker skal fylles i bokser, med 0,75 kg i hver. Hvor mange bokser trenger man til 6 kg kaker?

$$6 \cdot 0,75 \quad 6 : 0,75 \quad 0,75 : 6 \quad 0,75 \cdot 6 \quad 6 - 0,75 \quad 6 + 0,75$$

Hur kan då resultatene se ut på dessa oppgifter? Här følger några från hösten 2004 och våren 2005. De avser oppgift 10b respektive 20b:

- I år 4 på höstterminen ger 19 % av elevenna (på vårterminen 41 %) rätt svar med båda alternativen.
- På hösten ger 42 % av elevenna (på vårterminen 27 %) ett av de rätta alternativen.
- På hösten svarar 17 % av elevenna med en addition (på vårterminen 2 %).
- I år 7 resp 9 på hösten har 4 (på våren 11) resp 29 % (på våren 40) rätt svar.
- Ett av de rätta svaren på hösten ger 43 (på våren 32) resp 37 % (på våren 20) av elevenna.
- I KIM-studien 1995 svarade 44 resp 61 % rätt i år 7 resp 9.

Av detta ser vi att under skoleår 4 händer en hel del med elevennas lärande. De som upptäcker att mer än ett svar duger blir dubbelt så många (från 19 till 41 %). De som tror att operationen addition duger minskar från 17 till 2 %. Men ännu vid årets slut är det inte 75 % av elevenna som klarar oppgiften så som lärarna önskade (68 % klarar den om vi godtar även endast ett svarsalternativ). Även för elevenna i år 7 och 9 sker en förbättring av resultatene. Men de når inte upp till den nivå som elevenna i år 4 visar. För år 7 klarar 43 % (med åtminstone ett rätt svar) oppgiften på våren och i år nio är det 60 %. Det ser ut som om dessa resultat skulle kunna vara något lägre än resultatene från KIM-studien 1995.

De här oppgifterna prövar både proportionalitetstänkande och val av räkneoperation. I kursplanen betonas att det är viktigt att elevenna är säkra i val av opera-

tion eftersom räknaren inte kan ge hjälp med det. Vi ber inte eleverna räkna ut svaret på uppgifterna. I intervjuer som de lärarstuderande genomfört visar det sig att vissa elever har behov av att räkna ut svaret först för att kunna avgöra om de valt rätt operation. De behöver använda sig av om svaret blir rimligt för att kontrollera att deras matematiska tänkande är korrekt.

Kan vi vara nöjda med den andel elever som nu klarar att göra rätt val av operation? Kan vi få fler att klara uppgiften? Hur ska det ske i så fall? En utomstående bedömare skulle troligen säga att det ser ut att finnas en potential för ökat lärande här. Frågan är hur vi kan komma åt den potentialen?

Elevernas förmåga att resonera matematiskt

I en uppgift som vi gav i år 1 i 'videregående skole' önskade vi pröva elevernas förmåga att generalisera och resonera matematiskt. Uppgiften hade följande utformning:

15 ET EKSEMPEL: *Summen* av tallene 6 og 8 er 14. *Differensen* mellom dem er 2.

OPPGAVE: Even tenker på to tall. Summen av dem er 19. Differensen mellom dem er 5.

- a** Finn talla.
- b** Hvordan kan du gjøre for å finne talla?
- c** Hvorfor er det alltid mulig å finne to tall når vi kjenner summen og differensen?

Hur klarar då eleverna denna uppgift? Resultat från eleverna i år 1 i 'videregående skole' hösten 2004 och våren 2005 visar:

Uppgift	a		b		c	
	2004	2005	2004	2005	2004	2005
Korrekt	64	73	39	28	3	4
Fel	15	9	32	48	56	58
Ej svar	21	18	30	24	41	38

För att lösa a-uppgiften kan eleven gå tillväga på flera olika sätt. Det klarar ett flertal av dem acceptabelt. I b-uppgiften ber vi om en förklaring och då blir det genast svårare för eleverna. I c-uppgiften krävs det att eleven kan genomföra ett resonemang om hur man går från det enskilda fallet med givna tal till det allmänna fallet med vilken summa och differens som helst. Resultaten tyder på att eleverna är ovana att föra den typen av resonemang. Steget från aritmetik till

algebra är svårt för dem? De skriftliga lösningarna visar att eleverna föredrar att uttrycka sig retoriskt, med ord. Var tredje gör så. Få elever visar sitt resonemang med symboler. Ytterst få elever kan skriva ner den allmänna lösningen med hjälp av summa och differens. Från en intervju genomförd av en lärarstuderande med en elev kan det låta så här:

E: Et eksempel. Summen av tallene seks, åtte og fjorten...summen av tallene seks og åtte er fjorten- differensen mellom dem er to. Oppgave Even tenker på to tall summen av dem er nitten differensen mellom dem er fem.. Mhm Ja, hva skal jeg gjøre da..skal jeg..

M: Da skal du først... hvilke to tall er det Even tenker på

E: Ja, da setter jeg opp x og pluss x pluss fem er lik nitten (skriver ved siden av) så har vi to x er lik nitten minus fem..to x er lik fjorten delt på to.. x er lik syv.. Da har jeg funnet x ...og det ene tallet er syv og det andre er syv pluss fem er tolv

M: Mm, helt riktig

Også kommer neste spørsmål..hvordan kan du gjøre for å finne tallene...nå brukte du jo en metode veit du om noen flere?

E: Jeg syns den var veldig god jeg (ler litt)

E: Ja

M: Ja

E: Ja det syns jeg. Ja også hvis jeg tar nitten da og deler på to.. også kan jeg.. så kan jeg gå syv ja to og en halv opp på hver side så kan jeg ta den ene ned og den andre opp

Det går bra for eleven att lösa oppgiften även om beskrivningen är en smula kryptisk. På fråga om han kan göra det på fler sätt kommer det ännu en metod för lösningen. Den lärarstuderande kommenterar inte denna andra metod, vilket kan bero på att hon inte kan följa elevens tankegång. I stället leder studenten över eleven på delfråga c. Intervjun fortsätter så här:

M: Ja..Mm også siste spørsmålet. Hvorfor er det alltid mulig å finne to tall når du kjenner summen og differensen

E: Fordi da kan vi gjøre sånn som jeg gjorde...nja...ja...det...da kan vi lage en likning av det og bare flytte over og da finner vi svaret lett...ja

Av intervjun ser vi att eleven har svårt att finna ord för sin förklaring. Får elever i allmänhet tillräckligt med tillfällen att pröva den här typen av matematiska resonemang? Om de inte har fått tillfälle att pröva sådana situationer har de kan-

ske inte haft tillräcklig med möjligheter att lära sig att resonera så som det behövs här? Jämför detta med vad Ann Watson och John Mason säger i sin artikel i denna bok om 'opportunities to learn'. En mer ingående analys av hur eleverna behandlar denna uppgift finns i Breiteig och Grevholm (2006).

Åse Streitlien skriver i sitt kapitel om 'Lyst å lære, vilje å delta, håp om å lykkes.' Vi måste ställa oss frågan om vi kan få elever att tycka att det är viktigt och roligt (morsomt og gøy) att föra matematiska resonemang? Hur kan den elev som svarar 'For det bare e sånn' få *vilje å delta*? Lärare har en svår uppgift i att välja uppgifter åt eleverna som är på lagom nivå så att eleverna kan ha hopp om att lyckas och därmed få stimulans till sin lust att lära och vilja att delta.

Hur använder lärare den bild de har från tester med elever?

Det måste finnas en koppling mellan lärande och undervisning, mellan utfall av lärande och fortsatt undervisning. Kan vi få återkopplingen från vad läraren ser av resultaten av elevens lärande att påverka den fortsatta undervisningen så att vi ökar elevernas möjligheter till lärande? En undersökning i Sverige av hur nationella prov påverkar lärare visar att den effekten troligen är överskattad (Boesen, 2006). I samma studie av Boesen visas också att de prov lärarna själva utformar skiljer sig markant från den nationella proven genom att de är betydligt mer baserade på rutinuppgifter och innehåller färre uppgifter som kräver ett kreativt tänkande av eleven. I Sverige finns en lång tradition att använda standardprov, centrala prov och numera nationella prov, men trots det visar det sig alltså att påverkan på lärares undervisning kanske är mindre än väntat. Kanske är det så att lärare inte använder resultaten av prov så ingående som de skulle kunna göra.

Kan elever och lärare dra nytta av skriftliga tester på ett mer effektivt sätt?

Lärare har goda kunskaper om vad elever presterar i matematik genom all den utvärdering de genomför. Vet vi hur lärare drar nytta av dessa kunskaper? Väver de in sitt vetande på ett omärkligt sätt i sin dagliga gärning? Betonar de vissa saker i sin undervisning därför att de vet var elever normalt stöter på svårigheter i sitt lärande? Presenterar de ett nytt område på visst sätt därför att de tror att eleverna därmed kan undvika vissa problem i sin utveckling? Väljer de att visa en bestämd lösningsmetod därför att de tänker att den underlättar för eleverna? Föredrar de en viss typ av framställning som de själva tror är överlägsen andra framställningar av området? Låter de läroboken styra eller sina egna kunskaper om eleverna och deras lärande?

Det här är angelägna frågor och vi har inte svaren på dem mer än möjligen i små fragment från enskilda lärare. Kunde det vara viktigt för oss att veta mer om svaren på frågorna? I fokusgruppintervjuer har vi frågat lärarna i KUL-LCM-projektet om och hur de använt resultaten från testen. Det verkar som om lärare på flertalet skolor på gymnasienivå inte alls använt resultaten från testen. Vad beror det på? Det kan bero på att de redan vet så mycket om sina elevers utveckling att testen inte tillför något nytt. Det kan bero på att lärarna inte tror att testresultaten är tillförlitliga. Det kan bero på att lärarna inte tycker att deras undervisning bör ändras på grund av vad de ser i testen. Det kan bero på att lärarna anser att de redan gör allt som står i deras makt för att utveckla undervisningen så att eleverna får ett bättre lärande i matematik. Det skulle vara intressant att veta om det finns en enkel förklaring till att lärarna i gymnasiet inte använder testresultaten. Här återstår en undersökning att göra.

När det gäller lärare i grundskolan har vi fått exempel på att lärare har använt resultat från testen på ett kreativt sätt för att utforma inslag i undervisningen. Ett sådant exempel redovisas i artikeln av Bjuland, Borgersen och Cestari i denna bok.

De resultat som kommer fram i testerna vi genomfört bekräftar att tidigare testresultat verkar rimliga. Vi finner en konsistens i utfallen. Möjligen ser vi att det inte går bättre nu än tidigare, snarare tvärtom. Vi ser att eleverna inte når upp till en kunskapsnivå som samhället önskar. Testen visar att det finns en potential för ökat lärande hos eleverna. Hur ska vi kunna finna möjligheter att använda den potentialen? Ligger möjligheterna hos eleverna eller lärarna? Kanske ligger de hos båda? Kanske ligger de hos ingendera? Är det så att samhällets signaler, om vad som är viktigt att lära sig och att kunna, påverkar eleverna så att de inte anser att de bör lägga mer energi på matematiken än de redan gör? Är det flykten från 'realfagene' som gör att vi får de resultat vi ser i testerna?

Tack: Forskningen i LCM-projektet stöds av ett anslag från Norges forskningsråd, projekt nr 157949/S20 samt av ett anslag från lärarutbildningen på Høgskolen i Agder. Vi tackar för detta stöd.

Referenser

Andreassen, I. S. (2005). *Innsikt i elevers kompetanser som vises i skriftlige matematikktester*. Masteroppgave i matematikdidaktikk. Kristiansand: Høgskolen i Agder.

- Andreassen, I. S., Breiteig, T. & Grevholm, B. (2005). *Innsikt i elevers prestasjoner innenfor tall og algebra*. Trondheim: Nasjonal Senter for Matematikk i Oplæringen.
- Boesen, J. (2006). *Assessing mathematical creativity*. Doctoral thesis. Umeå University.
- Breiteig, T., & Grevholm, B. (2006). The transition from arithmetic to algebra. To reason, explain, argue, generalise and justify. I *Proceedings of PME30*. Prague: Charles University.
- Brekke, G. (1994). KIM – Kvalitet i matematikkundervisningen. *Tangenten*, (1), 4-8.
- Brekke, G. (1995a). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Brekke, G. (1995b). *Veiledning til tall og tallregning*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Espeland, H. (2006). *Elevers kunnskaper i tall og algebra. Hva har de med seg fra 9. og 11. trinn?* Masteroppgave i matematikdidaktikk. Høgskolen i Agder.
- Grevholm, B., Berg, C., & Johnsen, V. (2006a). *Forskning under lærarpraktik i matematik*. I konferensdokumentation frå Rikskonferens i ämnesdidaktik den 4-5 maj 2006, Högskolan i Kristianstad, Kristianstad.
- Grevholm, B., Berg, C., & Johnsen, V. (2006b). Student teachers' participation in a research project in mathematics education. I *Proceedings for Teaching mathematics: Retrospective and perspectives, 7th international conference 12-13 May 200, Tartu, Estonia*.
- Kislenko, K. (2005). *Students' attitudes and beliefs in mathematics*. Trondheim: Nasjonal Senter for Matematikk i Oplæringen.
- Kislenko, K. (2006). Structuring students' beliefs in mathematics: A Norwegian case. In *Proceedings of the MAVII2 workshop*. Ivalo, May 2006.
- KUF (1996). *Læreplanverket for den 10 årige grunnskolen*. (L97). Det kongelige kirke- og utdannings- og forskningsdepartement. Oslo.
- Leder, G. C. (1992). *Assessment and learning of mathematics*. Hawthorn: Acer.
- Tonheim, O. H. Mjelle (2006). *Innsikt i elevar si utvikling i matematikk gjennom eit skuleår. Bruk av skriftlege testar*. Masteroppgave i matematikdidaktikk. Høgskolen i Agder.

/ Barbro Grevholm

Att använda testdata i undervisning och lärande i matematik⁸

Abstract: I artikeln diskuterar jag möjligheten för lärare att dra nytta av problem som ges i tester för att diagnosticera och bedöma elevers lärande. Genom att arbeta med varianter av samma problemtyp vid olika tillfällen kan elever observera metoder för givna problemtyper. Olika sätt att närma sig lösningsmetoder, såsom att dramatisera, konkretisera och variera belyses. Elevers förmåga att resonera matematiskt i skrift och tal diskuteras.

Inledning

Lärare har behov av att på många olika sätt kunna diagnosticera och bedöma sina elever. Ofta görs det genom att eleverna får genomföra skriftliga test eller prov. Det är säkert möjligt att använda de resultat som kommer ut av sådana test på ett mer varierat sätt än vad som normalt sker. Genom några konkreta exempel vill jag belysa hur det kan ske. Termen diagnostisk undervisning har använts av bland annat Gard Brekke (1998) i anslutning till det så kallade KIM-projektet (Kvalitet i matematikundervisning). Avsikten med det är att lärare ska använda sina observationer om hur elever resonerar och löser problem för att förändra sin undervisning. Genom att läraren är medveten om vad elever lätt kan missförstå eller tolka fel kan läraren skapa inlärningssituationer med sådan variation att eleven blir mera medveten om innebörden i olika matematiska begrepp. Elizabeth Fennema och hennes medarbetare har byggt på samma tankegång i det projekt som hon kallar Cognitively guided instruction (Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 1999). De hävdar att ju mer läraren vet om en elevs lärande i matematik desto bättre är läraren skickad att stötta och hjälpa eleven i sin utveckling. Vi belyser det direkt med konkreta exempel.

Summa och skillnad av två tal

I den longitudinella delen av KUL-LCM-projektet har följande uppgift givits åt elever i första klassen i gymnasiet.

⁸ En bearbetad version av denna artikel (som bygger på en workshop vid KUL-konferensen i oktober 2006) har översatts till norska och publicerats i boken *Learning communities in mathematics, Läringsfälleskap i matematikk*, som redigerats av B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild och B. Grevholm. Boken har utkommit vid Caspar Forlag i Bergen i oktober 2007.

Even tenker på to tall. Summen av dem er 19. Differensen mellom dem er 5.

a) Finna talla.

b) Hvordan kan du gjøre for å finne talla?

c) Hvorfor er det alltid mulig å finne to tall når vi kjenner summen og differensen?

Hur skulle en grupp lærare kunna förbereda sig för att dra ut mest möjligt av en sådan uppgift i undervisningen? I den franska didaktiken talar man om a priori analyser av didaktiska situationer. En sådan a priori-analys kunde tänkas innehålla följande frågor och försök att besvara dem utifrån sin lärarerfarenhet:

- Vilka olika lösningar kan elever tänkas komma med på uppgiften? Kan du som lärare tänka dig in i hur eleven resonerar?
- På vilka olika sätt kan elever i olika åldrar lösa detta problem?
- Vilken metod kan de tänkas föredra i olika åldrar?
- Hur förväntar du dig att eleven framställer ett svar på uppgiften?
- Hur anser du att ett svar ska utformas för att vara acceptabelt?
- Har du sett liknande problem i läroböcker och i så fall inom vilket område i matematikkursen?
- För att klara av steget från fråga b) till fråga c) måste eleven gå från det specifika till det generella. När kan elever tänkas vara mogna för det?

Låt oss se närmare på några av frågorna ovan. Vilka olika lösningar ger elever på frågan i uppgift a)?

Att gissa och pröva

De givna talen är tillräckligt små för att elever ska kunna gissa ett svar och pröva om det stämmer. En elev som gissar att det ena talet är 6 finner då att det andra är 13. Prövning visar att skillnaden är lite för stor, sju istället för fem. Det är då naturligt att pröva med 7 istället och finna att det andra talet är 12. Tolv minus sju är fem och då visar prövningen att båda villkoren stämmer.

Använda en tabell

Eleven skriver upp alla par av heltal som ger summan 19:

1 18
2 17
3 16
4 15
5 14
6 13
7 12 osv

I tabellen söker eleven upp det par av tal som har skillnaden 5 och finner då talet 7 och 12. Det är lätt att kontrollera att dessa tal uppfyller båda villkoren.

Att använda en ekvation

Eleven kallar det ena talet för a och det andra för $19-a$. Skillnaden av dem ska vara fem och det ger att $a-(19-a)=5$. Ekvationen löses och ger svaret 12. Det andra talet är då $19-12=7$.

Att använda ett ekvationssystem

Eleven kallar det ena talet för a och det andra för b . Ekvationssystemet $a+b=19$ och $a-b=5$ bildas och löses.

När vi granskar hur elever i LCM-projektet har löst uppgiften finner vi alla dessa varianter och en del variationer på dem.

I uppgiften b) ska eleverna förklara hur de tänkte. Det visar sig att det inte är helt lätt. Det verkar som om elever är relativt ovana att skriva ner en förklaring på hur de gått tillväga för att lösa ett problem (Breiteig & Grevholm 2006). Som en följd av det finner vi att uppgiften c) är betydligt svårare än de tidigare. Om det är svårt att förklara det konkreta fallet är det givetvis ännu svårare att förklara motsvarande generella fall. Hur ska elever kunna resonera för att lösa den tredje uppgiften? Om de kallar summan för S och differensen för D kan de komma fram till att det ena talet är $(S+D)/2$ och det andra är $(S-D)/2$. En del elever uttrycker det så att ena talet är hälften av summan plus skillnaden och det andra är hälften av summan minus skillnaden. Få elever kan formulera denna lösning och de som gör det föredrar att uttrycka sig med ord snarare än med matematiska symboler.

En genomgång av aktuella läroböcker visar att den här typen av problem är mycket ovanliga. Någon invänder kanske att det inte är så konstigt eftersom de är exempel på ett problem med två obekanta och två villkor och alltså hör hemma inom området ekvationssystem. Det stämmer, men vi ser ovan att det går att lösa uppgiften på många andra sätt. Att gissa och pröva eller använda tabell är metoder som elever redan i småklasserna klarar av.

Jag har i problemsamlingar gett ut det här problemet i en språkdräkt som kan användas för yngre elever (Grevholm, 1989). Följande kan behandlas redan i lågstadiet:

Far ska betala Lena och Per 20 kr för ett arbete de har gjort. Lena ska ha fem kronor mer än Per. Hur mycket får de vardera?

Som synes har vi samma problemtyp, två tal är givna med sin summa 20 kr och sin skillnad 5 kr. Första gången elever möter problemet är det nära till hands att de tänker att det blir 15 kr och 5 kr. De halverar och ökar ena halvan med fem och minskar den andra. En kontroll visar att skillnaden blir för stor. Hur ska man då tänka?

Jag har funnit att det är kraftfullt att låta elever dramatisera problemsituationen. Tre elever får spela upp scenen för kamraterna, en är far, en är Lena och en är Per. Då kan det hända att far säger: "Lena, jag ger dig först de fem kronor du ska ha mer än Per."

"Då har jag femton kronor kvar som ni ska dela lika. Det blir 7,50 kr till Per och 7,50 kr till Lena." – "Då har jag 12,50 kr," säger Lena. "Och jag har 7,50 kr och då stämmer det att Lena fått 5 kr mer än mig, Tack, far," säger Per.

Elever som varit med om denna scen kommer ihåg tekniken att först ta åt sidan den del som den ena ska vara mer än den andra och så dela resten lika. Då har de en enkel men generell metod för att lösa uppgiften.

För något äldre elever har jag gett uppgiften följande form (Grevholm, 1988):

En dag i november var natten 5 och en halv timmar längre än dagen. Hur lång var natten?

Återigen har vi samma problemtyp som ovan. En skillnad är nu att vi blandar in bråk istället för heltal. Därmed blir uppgiften lite mer utmanande för eleverna. Men samma resonemang som ovan kan givetvis användas. Vi ser alltså att den matematiska kunskap vi vill att eleverna ska bygga upp, nämligen att ha metoder för att lösa problem med två obekanta och två givna villkor, kan nås med problem som är olika varianter på samma tema. Det går att börja tidigt med problemtypen, vilket visas av exemplet med far och pengarna som ska delas. Läraren kan så stegra svårighetsgraden successivt på olika sätt. Problemet Natt och dag har fortfarande en vardaglig kontext och eleverna kan tänka konkret med hjälp av klockan, på samma sätt som de kan använda pengar i problemet med Lena och Per. I den först presenterade uppgiften från testet har problemet ingen vardaglig kontext utan är helt inommatematiskt. Det ger eleverna mindre hjälp vid lösningen av uppgiften.

Elever konstruerar problem

Att låta elever själva konstruera problem till varandra och därefter försöka lösa problemen är kraftfullt för lärandet i matematik. Eleverna upptäcker att de måste

tänka mycket hårdare för att först hitta på en uppgift och därefter fundera ut hur den kan lösas. ”Nu måste jag tänka två gånger”, sa en elev som prövade på detta. Vid sådana tillfällen kan det vara intressant om läraren ber eleverna konstruera uppgifter av en viss typ. En variant på det kan vara att be eleverna skapa uppgifter där man har två obekanta och två givna villkor. Då får vi problem av det slag jag diskuterat ovan. Det kan bidra till att elever utvecklar sitt metakognitiva tänkande om de görs medvetna om vilken typ av uppgift de arbetar med. När elever konstruerar egna uppgifter ger det läraren ytterligare en dimension för att diagnosticera hur långt eleven kommit i sin matematiska utveckling. Därför kan det vara intressant att då och då i undervisningen låta egen konstruktion av uppgifter vara ett inslag. Detta är inte en ny idé i matematikundervisningen. Redan Fritz Wigforss skrev om det i sin bok *Den grundläggande matematikundervisningen* (1954, s 123). ”Läraren kan ibland låta barnen hjälpa till när det gäller att hitta på problem. Intresset blir alltid större för en uträkning som de själva föreslagit.”

Elevers förmåga att resonera matematiskt i tal och skrift

När elever ska förklara hur de tänker och resonerar för att lösa den första uppgiften finner vi att de har stora svårigheter att skriva ner detta. De har egen tankekraft och i en intervju går det bra att få dem att förklara, om än ibland något kryptiskt. När de ska formalisera sitt matematiska tänkande genom att skriva ner det visar det sig att de får svårigheter. Hur det kan låta i tal framgår i min artikel på annan plats i boken. I skriftlig form ser vi många som ger upp att ens försöka skriva ner ett svar. En elev skrev: ”För att Petter har gröna skor.” Det signalerar måhända att eleven inte ser något värde i att kunna skriva ner sin förklaring? Kan det bero på att lärare inte tillräckligt betonar vikten av att kunna skriva matematik? Erbjuder vi eleverna tillräckligt goda och varierade tillfällen att resonera matematiskt både i tal och i skrift? De resultat vi får fram i testen rörande denna uppgift antyder att det finns en stor potential att utveckla förmågan att resonera matematiskt (Breiteig & Grevholm, 2006). En mera systematisk uppbyggnad av denna förmåga alltifrån första klass i matematik borde kunna ge helt andra resultat än de vi finner för närvarande. I lärarutbildningen har vi låtit de lärarstuderande intervjua elever om de problem vi diskuterar här. De säger att det är mycket lärorikt för dem och att de förstår att de kan diagnosticera sina elever i framtiden genom liknande intervjuer (Grevholm, Berg & Johnsen, in press). Vi hävdar att verksamma lärare kan få värdefullt underlag för sin undervisning genom att göra intervjuer med elever om den här typen av diagnostiska uppgifter.

Referenser

- Breiteig, T. & Grevholm, B. (2006). The transition from arithmetic to algebra. To reason, explain, argue, generalize and justify. I J. Novotna, H. Moraová, M. Krátká, N. Stehliková (Eds.) *Mathematics in the centre, Proceedings of the 30th conference of the International Group of Mathematics Education. PME30*. Vol 2 (pp. 225-232). Prague: Charles University.
- Brekke, G. (1998). *Kvalitet i matematikkundervisningen*. Oslo: Læringscentret.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., Empson, S. B. (1999). *Children's mathematic. Cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.
- Grevholm, B. (1989). *Lilla utmaningen. Problem och tankenötter i matematik*. Malmö: Gleerups förlag.
- Grevholm, B. (1988). *Utmaningen. Problem och tankenötter i matematik*. Malmö: Gleerups förlag.
- Grevholm, B., Berg, C., Johnsen, V. (in press). *Forskning under lärarpraktik i matematik*. I konferensdokumentation från Rikskonferens i ämnesdidaktik den 4-5 maj 2006, Högskolan i Kristianstad, Kristianstad.
- Wigforss, F (1954). *Den grundläggande matematikundervisningen*. Stockholm: Bergvalls förlag.

/ Barbro Grevholm

En konferensrapport:

Att erövra världen

I slutet av november anordnade Institutionen för beteendevetenskap och lärande (IBL) vid Linköpings universitet konferensen *Att erövra världen*. Konferensen fokuserade på forskning om grundläggande färdigheter och lärarutbildningens uppdrag att utbilda lärare med kompetens inom området. Runt 90 forskare, doktorander och lärarutbildare inom området grundläggande färdigheter erbjöds här en mötesplats för att diskutera frågor om utveckling av barns läsning, skrivning och matematiska kunnande och lära.

Konferensen höll till i institutionens egna lokaler vilket skapade en närmast gemytlig karaktär och närhet till de olika konferensrummen. Ett antal läromedelsförlag bidrog också till att höja stämningen.

För dem som deltog var nog konferensens programidé självklar. För många av dem som inte deltog restes kanske frågor om vitsen med en sådan här konferens. Låt mig därför ägna några rader åt konferensens programförklaring.

Programförklaring

Skriftspråk och matematik är kanske de mest betydelsefulla kulturella landvinningar som människan framskapat. I allt väsentligt förvaltas vår historia och det kollektiva medvetandet i skrift av olika slag. Skrift är en förutsättning för all utbildning och livslångt lärande inom skola och arbetsliv. Det har en avgörande betydelse för mellanmänsklig kommunikation.

Under de första levnadsåren sker tillägnandet av språk och matematik huvudsakligen intuitivt. I förskola och skola möter barnen en matematisk och en skriftspråklig kultur som på många sätt skiljer sig från de intuitivt tillägnade förmågorna. Under några få år i skolan förutsätts eleverna tillägna sig ett innehåll och olika kulturtekniker som tagit mänskligheten flera århundraden att utveckla. Det som anses självklart att en elev i grundskolan ska klara av idag skapade huvudbry för lärda människor för bara några århundraden sedan.

Även om forskning om läsning och skrivning samt lärande i matematik sker inom olika forskningsfält så lever vi inte i en skriftspråklig kultur *och* i en matematisk kultur – den kultur vi lever i präglas av båda dessa mänskliga landvinningar.

Förskola och skola fungerar som en arena för barn, att utifrån de intuitiva förmågor de spontant utvecklat, bli delaktiga i en skriftspråklig och matematisk kultur. Att lära sig läsa och skriva och att tillägna sig grundläggande matematiska färdigheter förändrar livet för en människa. Det öppnar nya möjligheter att beskriva och förstå världen och sin egen situation. Det skapar möjligheter att påverka sitt eget liv, kort sagt, att erövra världen.

Program

Konferensen inleddes av Kjell Granström, nybliven emeritus och forskare i pedagogik och gruppsykologi, som skissade en bestämning av området grundläggande färdigheter inom läsning, skrivning och matematik. Ett antal plenarföreläsningar var gemensamma och där emellan fanns parallella papersessioner, en läs- och skrivdel och en matematikdel.

Plenarföreläsare för matematikens del var Terezinha Nunes, professor i Educational Studies vid universitetet i Oxford. Hon leder där en forskningsgrupp, *Child Learning Study*. Jag gissar att många hörde henne när hon deltog i MADIF-4 i Malmö. Hon har själv eller tillsammans med andra författat ett antal mycket uppmärksammade böcker, *Street mathematics and school mathematics* från 1993, *Children doing mathematics* från 1996, *Learning and teaching mathematics: An international perspective*, från 1999, och *Teaching mathematics to deaf children*, 2004.

Mindre känt bland matematikdidaktiker är förmodligen att hon har en minst lika uppmärksammat forskningsproduktion inom området *literacy*. Hon var med andra ord synnerligen väl lämpad för uppgiften som plenarföreläsare.

I sin föreläsning *Are fractions too difficult for primary school children?* problematiserade hon utifrån sin egen aktuella forskning den traditionella undervisningen om bråk där man utgår från delning. (Ni som har studerat Skolverkets förslag till mål för åk 3 har sett att de där fullföljer en dålig tradition.) Ämnet tillhör mina egna favoriter, min egen avhandling handlade om bråk, och jag tror inte hon gjorde någon besviken.

Bland de matematikdidaktiska inslagen fanns bland andra Camilla Björklund som presenterade sin avhandling från i våras, *Hållpunkter för lärandet*, om små barns matematik. Hon kommer från Åbo Akademi i Vasa. Eva Riesbeck, vid min egen institution, presenterade delar av sin kommande avhandling. Elsa Foisack vid Malmö högskola redovisade ett projekt med döva barn från sitt tidigare arbete vid Specialskolemyndigheten. Joakim Samuelsson och Margareta Engvall diskuterade i sitt bidrag *Lärarstudenten och matematiken* några av lärarutbildningens många problem. Som kursansvarig för grundläggande färdig-

heter i matematik stöter jag dagligen på detta problem. Studenterna kommer med endast kurs A från gymnasieskolan och har så svaga färdigheter att de ofta inte sträcker sig ovanför grundskolans nivå. Det känns slitet att använda uttrycket katastrof, men jag vet inte vad som bättre kan beskriva situationen. Det är bara att hoppas att den pågående utvärderingen av lärarutbildningen leder till nödvändiga förändringar med bland annat skärpta antagningskrav till lärarutbildningen. Det är ett systemfel om vi på varje ny nivå i skolsystemet ska börja med att kompensera för det som eleverna/studenterna borde ha tillägnat sig på tidigare nivå.

Själv presenterade jag en empirisk analys av Skolverkets förslag till mål att uppnå i matematik för åk 3, som jag gjort tillsammans med Olof Magne. Vi har i vår analys utgått från vad elever i årskurs 3 faktiskt presterar. Datamaterialet kommer från vår stora Medelsta-studie. Vi har nu gjort en fördjupad studie av årskurs 3 i Medelsta 2002. Frapperande är den stora variation som finns inom en årskurs. De lägst presterande eleverna i åk 3 ligger på samma nivå som eleverna i åk 1. De högst presterande ligger i nivå med eleverna i åk 4. Vi hade nog förväntat oss att dessa elever skulle ha kommit längre i sin utveckling. Man bör vara försiktig med att dra alltför snabba slutsatser av resultaten som rör situationen för de duktigaste elevernas situation.

När vi sedan jämför Skolverkets förslag med vad eleverna faktiskt presterar så är det vår bedömning att högst hälften av eleverna (de över medianen) kommer att nå Skolverkets alla föreslagna mål. Nu ska sägas att Skolverkets uppdrag varit något av ett *mission impossible*. De skulle inom ramen för ett starkt kritiserat styrsystem (se SOU 2007:28) inordna nya mål. Dessutom har regeringen redan aviserat att förändringar kommer att göras av läroplanen och kursplanerna under mandatperioden.

Vår allvarligaste kritik avser dock att Skolverkets förslag saknar förankring i forskning. Man har i och för sig förtjänstfullt haft en stor öppenhet och låtit alla tycka till om målen under arbetets gång, men det finns inga motiveringar eller hänvisningar till någon forskning. Vår analys finns redovisad i en preliminär rapport som läsaren av medlemsbladet kan få ta del av genom att maila mig.

Det som senare har hänt är att regeringen gett Skolverket "bakläxa" och beslutat om ett tilläggsdirektiv till uppdraget. Skolverket ska nu till den 14 december redovisa ett nytt förslag till mål för åk 3 enligt nya anvisningar. Därmed har vår analys av Skolverkets tidigare förslag blivit överspelad. Vår principiella kritik kvarstår dock, även med det nya förslaget. Det saknar förankring i empirisk forskning. Inga motiv ges till varför just de mål som Skolverket anger skulle vara viktiga eller kritiska. Predicerar de valda uppgifterna för framtida matema-

tikprestationer? Det finns heller inga referenser eller hänvisning till någon forskning i förslaget.

Hedersgäster

Konferensen hade inbjudit några tidigare internationellt framstående svenska forskare inom området grundläggande färdigheter. Bland dem som tackat ja var Eve Malmqvist, på sin tid världsledande läsforskare och tidigare professor i pedagogik vid min institution, och Olof Magne, den svenska matematikundervisningens *Grand Old Man*.

Kuriosa i sammanhanget är att de båda spelade handboll tillsammans när de gick på seminariet i Lund i slutet av 1930-talet. Jag hade förmånen att få samtala med dessa oerhört intellektuellt pigga seniorer under konferensen. Vid avslutnings-sessionen höll de både en liten presentation där de kommenterade både konferensen och forskningen.

Fortsättning

Vi som organiserade konferensen är mycket nöjda med den. Den trötthet vi kände efteråt var som bortblåst redan dagen efter när alla positiva kommenterar och goda återkopplingar från konferensdeltagarna började strömma in. Vi tror det är viktigt att vi nu går vidare och hoppas att något annat lärosäte ska axla ansvaret för en kommande konferens. Vi har lagt ut propåer om detta och vi tror att det kommer att lösa sig.

Grundläggande färdigheter vid IBL

Inom IBL har vår avdelning formulerat en programförklaring till den forskningsmiljö som vi håller på och bygger upp inom området grundläggande färdigheter. Vad som kanske är unikt är att här finns forskare inom både läs- och skrivområdet och grundläggande lärande i matematik. Inom läsforskningen är vi väldigt starka med en professur, Stefan Samuelsson, ett antal lektorer och doktorander. Inom grundläggande lärande i matematik har vi naturligtvis inte kommit lika långt. Här finns just nu två, snart tre, lektorer och en adjunkt. Vi har också ansvaret för undervisning inom grundläggande färdigheter i läsning, skrivning och matematik inom lärarprogrammet i Norrköping och Linköping.

Några funderingar

När jag arbetade med planeringen av konferensen sökte jag få tag på doktorander inom området grundläggande färdigheter i matematik, men upptäckte att återväxten var väldigt klen. När det gäller läs- och skrivområdet är situationen

helt annorlunda. Här finns ett antal avhandlingar som kommit de senaste ett à två åren och många är på gång. Situationen för matematikdidaktikens del står i bjärt kontrast till den på 1990-talet då vi såg en strid ström av avhandlingar. Många doktorander har visserligen kommit fram genom forskarskolan i matematikdidaktik men fokus har där legat på gymnasieskolans och högskolans didaktik. Ingen av dem återfanns heller bland deltagarna. På sätt och vis återspeglar situationen att läs- och skrivforskningen är betydligt bredare och kommit mycket längre än vad området grundläggande färdigheter i matematik har gjort.

På sikt tror jag att det kommer att bli ett stort problem för lärarutbildningen när man saknar disputerade didaktiker med inriktning mot förskolans och grundskolans tidiga matematiklärande. Ska man kunna upprätthålla en hög kvalitet inom lärarutbildningen förutsätter det att det finns forskning inom området och disputerade lärare. Särskilt anmärkningsvärt är det mot bakgrund av den kraftiga satsning som statsmakterna nu gör på läsning, skrivning och matematik under de första åren. Ett problem som jag menar är akut gäller bemanningen av disputerade lärare till den nya speciallärarutbildningen.

Det vore värdefullt om SMDF kunde lyfta upp den här frågan till belysning på nationell nivå. Det skulle behövas extraordinära insatser på området.

/ Arne Engström

E-postdresser till medverkande i *Medlemsblad* nr 13

Christer Bergsten, Linköpings universitet	chber@mai.liu.se
Sarah Bolin, Malmö högskola	sarah.bolin@mah.se
Arne Engström, Linköpings universitet	arne.engstrom@ibv.liu.se
Barbro Grevholm, Universitetet i Agder	barbro.grevholm@hia.no
Thomas Lingefjärd, Göteborgs universitet	thomas.lingefjard@ped.gu.se
Tine Wedege, Malmö högskola	tine.wedege@mah.se

Anslagstavlan

Aktuella konferenser

MADIF6, Stockholm, 29-30 januari 2008

<http://www.mai.liu.se/SMDF/madif6>

NORMA08, Köpenhamn, Danmark, 21-25 april 2008

<http://www.dpu.dk/site.aspx?p=10797>

ICME11, Monterrey, Mexico, 6-13 juni 2008

<http://icme11.org/>

PME 32, Morelia, Mexico, 17-21 juli 2008

<http://www.pme32-na30.org.mx/annou.htm>

Telefoner och e-postadresser till funktionärerna i SMDF:s styrelse 2007

Ordförande	Christer Bergsten	013-282984	chber@mai.liu.se
Vice ordförande	Tine Wedege	040-6658171	tine.wedege@mah.se
Kassör	Thomas Lingefjärd	031-7732253	thomas.lingefjard@ped.gu.se
Sekreterare	Peter Nyström	090-7869949	peter.nystrom@edmeas.umu.se
Webbmaster	Monica Johansson	0920-492557	monica.johansson@ltu.se