LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Numerisk analys/Bo Einarsson

Tentamensanvisningar för

TANA39 Numeriska metoder för M 2004-08-17 kl 08:00–13:00

Allmänt: Tentamen består av sju uppgifter.

Uppgifterna ger markerat antal poäng om de är helt korrekt lösta med **motiveringar och delresultat**. Maximalt poängantal är 30.

För godkänt krävs minst 12 poäng.
För betyg 4 krävs minst 18 poäng.
För betyg 5 krävs minst 24 poäng.

Hjälpmedel:
1. *Formelsamling till Numerisk Analys - en introduktion* (Eldén, Wittmeyer-Koch, Skoglund) (vit, får innehålla vissa anteckningar på sid 11)
2. *Formelsamling till Numeriska beräkningar - analys och illustrationer med Matlab* (Eldén, Wittmeyer-Koch, Skoglund)
3. TEFYMA (Ingelstam, Rönngren, Sjöberg)
4. Physics Handbook
5. Högst två räknedosor, utan instruktionsböcker.

Jourhavande lärare: Bo Einarsson, tel 0731 - 61 08 77. Bo kommer att besöka skrivsalen vid två tillfällen, strax efter nio och omkring elva.

Lösningar publiceras på nätet direkt efter tentans slut:
`http://www.mai.liu.se/~boein/edu/`
Resultatet meddelas senast måndagen den 30 augusti.

Visning efter överenskommelse.

Lycka till!
Bo

1. Talen $x = 1{,}29 \pm 0{,}002$; $y = 3{,}67 \pm 0{,}03$ och $z = 1{,}2$ är givna.

(2p) (a) Beräkna

$$f = e^{-y} \cdot \sin z + \cos(x \cdot z)$$

med felgränser då z anses exakt. (Feluppskattning krävs.)
Ange antalet korrekta decimaler och signifikanta siffror i svaret.

(2p) (b) Antag att vi nu har ett fel även i z. Hur stort kan detta fel maximalt vara för att f skall få minst 2 korrekta decimaler?

2. Funktionen $f(x)$ antar värden enligt nedanstående tabell, där x-värdena är exakta och f-värdena är korrekt avrundade.

x	1,0	1,3	1,6	1,9	2,2
$f(x)$	0,7652	0,6201	0,4554	0,2818	0,1104

(3p) (a) Bestäm, med feluppskattning, en approximation till $f(1{,}5)$ med linjär interpolation.

(1p) (b) Bestäm, med feluppskattning, en approximation till $f(a)$, där $a = 1{,}5 \pm 0{,}004$. Använd även nu linjär interpolation.

(3p) 3. Ekvationen

$$28 \cdot \cos 2x - (x-2)^2 = 0$$

har en rot i intervallet [6 ; 7]. Bestäm denna med fem korrekta decimaler.

4. Jag vill härleda en framåtdifferensformel för andraderivatan och gör följande ansats

$$f''(x) = \frac{af(x) + bf(x+h) + cf(x+2h)}{h^2} - R_T$$

Villkoren jag sätter upp leder fram till ekvationssystemet

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(2p) (a) LR-faktorisera matrisen och använd sedan L och R för att lösa ekvationssystemet.

(2p) (b) I den härledda formeln blir $R_T = c_1 h^p + c_2 h^{p+1} + \cdots$.
Ange c_1 och p.

5. Funktionen $f(x)$, för vilken vi antar att x-värdena är exakta och f-värdena är korrekt avrundade, är given.

x	20	30	40	50	60
$f(x)$	2,72	4,48	7,39	12,18	20,09

(3p) (a) Beräkna integralen

$$\int_{20}^{60} f(x)\,dx$$

så noggrant som möjligt (ska visas).

(1p) (b) Beräkna även det tillkommande felet om integralen i stället är

$$\int_{a}^{60} f(x)\,dx$$

där $a = 20 \pm 0{,}3$.

(2p) 6. (a) Bestäm den största steglängd som ger stabilitet när man använder Eulers metod för att lösa differentialekvationen

$$y' + 10 \cdot y = \sin x$$

med begynnelsevärdet $y(0) = 15$.

(4p) (b) Använd Eulers metod för att lösa differentialekvationen

$$y'' + 3 \cdot y' + y \cdot \sin x = \cos x$$

med begynnelsevärdena $y(0) = 1$ och $y'(0) = 2$.

Bestäm approximationer till $y(0{,}15)$ med hjälp av de båda steglängderna $h = 0{,}15$ och $h = 0{,}05$ samt utför Richardsonextrapolation.

7. Givet är randvärdesproblemet

$$y'' + 0{,}5 \cdot y' + x \cdot y + 0{,}4 = 0$$

Använd randvärdena $y(1) = -1$ och $y(2) = 3$.

(2p) (a) Bestäm $y(1{,}5)$ med bandmatrismetoden och steglängden $h = 0{,}5$. Skissa lösningen!

(3p) (b) Vi vill nu approximera $y(x)$ med en naturlig kubisk splinefunktion som interpolerar de nu tre kända värdena av $y(x)$. Bestäm sedan med hjälp av splinefunktionen en approximation till $y(1{,}75)$.

Om du inte har löst a)-uppgiften får du använda $y(1{,}5) = 1{,}6$.