LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Numerisk analys/Bo Einarsson/TP

Tentamensanvisningar för

TANA39/40 Numeriska metoder för M och Mx 1997-05-02 kl 14.00–19.00

Allmänt: Tentamen består av sju uppgifter.

Uppgifterna ger markerat antal poäng om de är helt korrekt lösta med **motiveringar och delresultat**. Maximalt poängantal är 30.

För godkänt krävs minst 12 poäng.
För betyg 4 krävs minst 18 poäng.
För betyg 5 krävs minst 24 poäng.

Hjälpmedel:
1. Formelsamling i Numerisk Analys (Eldén, Wittmeyer-Koch, Skoglund)
2. TEFYMA (Ingelstam, Rönngren, Sjöberg)
3. Standard Mathematical Tables *eller* Physics Handbook
4. Högst två räknedosor, utan instruktionsböcker.

Jourhavande lärare: Bo Einarsson, tel 28 14 32

Resultatet anslås senast onsdagen den 21 maj på matematiska institutionens anslagstavla, ingång B23, bv.

Lycka till!

(1p) 1. Hur många termer behöver tagas med i beräkningen av

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} \cdot \ln n$$

för att resultatet skall få två korrekta decimaler? Du behöver inte bestämma minsta möjliga antal, men väl visa att det av dig angivna räcker.

(4p) 2. Följande tabell är given

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	-1	0	1	1

.

Bestäm en kubisk spline som interpolerar dessa punkter. Som ”extra” randvillkor skall användas att **första**-derivatan i de båda ändpunkterna skall vara noll. Ange det tridiagonala ekvationssystem som bestämmer parametrarna z_i. Detta ekvationssystem behöver **ej** lösas.

(3p) 3. a) Ange tre väsentligt olika sätt att numeriskt beräkna

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{x}}\, dx\, .$$

Jämför för- och nackdelar med de tre metoderna och ange, med motivering, vilken av dessa du skulle föredra.

(3p) b) Genomför beräkningarna med din favoritmetod. Bestämningen av värdet skall ske med 2 korrekta decimaler.

(4p) 4. Lös randvärdesproblemet

$$\begin{aligned} &y'' - y \cdot \sin(\pi x) = x^2 \\ &y(0) = 1 \\ &y(1) = 10 \end{aligned}$$

dels med steglängden $h = 0{,}5$ och dels med steglängden $h = 0{,}25$.
Bestäm en bra approximation till $y(0{,}5)$.

(3p) 5. a) Anpassa data i följande tabell till en andragradsfunktion.

x	0	0,25	0,50	0,75	1,00
y	1,0000	1,2840	1,6487	2,1170	2,7183

(2p) b) Bestäm det största felet som approximationen i a) ger i dessa fem punkter.

(4p) 6. Flygplansvingen NACA012 har profilen vid bredden en meter bestämd av

$$y(x) = \pm\left[0{,}2969\sqrt{x} - 0{,}1281x - 0{,}3516x^2 + 0{,}2843x^3 - 0{,}1015x^4\right]$$

där + svarar mot översidan och − mot undersidan. Vingen har en maximal tjocklek av 0,2 m.

Bestäm en av de båda punkter där tjockleken är 0,1 m. Bestämningen av läget skall ske med minst fyra korrekta decimaler.

7. Pendeln är ett välkänt problem inom mekanik/matematik. Det finns även något som kallas det inversa pendelproblemet.

Här är det upphängningspunkten som rör sig upp och ned med hjälp av en elektrisk motor

$$s = A \cdot \sin \omega t\,.$$

Om själva pendeln är en massiv stav med längden L så ger Newtons rörelselag att vinkeln φ mellan högsta läget och aktuellt läge bestäms av

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{3}{2L}\left(g - A\omega^2 \sin \omega t\right)\sin\varphi\,.$$

Följande parametrar och startvärden gäller

L	25 cm
g	981 cm/s^2
A	0,5 cm
ω	5 radianer/s
$\varphi(0)$	3,1 radian
$\varphi'(0)$	0

Att startvinkeln är 3,1 radianer innebär att pendeln pekar **nästan** rakt ner.

(2p) a) Omformulera problemet för numerisk lösning med Eulers metod. Ange detaljerat erforderliga formler.

(3p) b) En verklig lösning kräver tyvärr många steg. Här räcker det med ett fåtal steg med Eulers metod och steglängden $h = 0{,}01$ för att lösa tentauppgiften.

Bestäm en approximation till $\varphi(0{,}03)$.

(1p) c) Med användning av steglängden $h = 0{,}001$ erhölls $\varphi(0{,}03) \approx 3{,}101060$.

Använd detta värde för att göra en Richardsonextrapolation.