LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Numerisk analys/Bo Einarsson/TP

Tentamensanvisningar för

TANA39/40 Numeriska metoder för M och Mx 1997-08-19 kl 14.00–19.00

Allmänt: Tentamen består av sju uppgifter.

Uppgifterna ger markerat antal poäng om de är helt korrekt lösta med **motiveringar och delresultat**. Maximalt poängantal är 30.

För godkänt krävs minst 12 poäng.
För betyg 4 krävs minst 18 poäng.
För betyg 5 krävs minst 24 poäng.

Hjälpmedel:
1. Formelsamling i Numerisk Analys (Eldén, Wittmeyer-Koch, Skoglund)
2. TEFYMA (Ingelstam, Rönngren, Sjöberg)
3. Standard Mathematical Tables *eller* Physics Handbook
4. Högst två räknedosor, utan instruktionsböcker.

Jourhavande lärare: Ulla Ouchterlony, tel 28 21 85

Resultatet anslås senast tisdagen den 2 september på matematiska institutionens anslagstavla, ingång B23, bv.

Lycka till!

(3p) 1. Talet x representeras enligt IEEE som

$$x = (-1)^s \cdot (1.f) \cdot 2^{e-127}$$

där s har en bit
e har 8 bitar
f har 23 bitar

s	e	f	
1	8	23	bitar

a) Ange det decimala värdet av det tal x som svarar mot $s = 1$, $e = 1$, $f = 1$.

b) Ange hur $x = 36{,}15625$ representeras!

c) Vilket värde har avrundningsenheten μ i detta system?

(2p) 2. Bestäm det minsta positiva nollstället till

$$f(x) = 2 \cdot \sin x - \sinh x$$

med sex korrekta decimaler.

Ledning: $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

(2p) 3. Antag att man känner den naturliga kubiska spline-approximationen till funktionen $f(x)$ i intervallet $a \leq x \leq b$. Vi antar att denna är känd med de parametrar som används i formelsamlingen.

Beskriv hur man då kan bestämma en approximation till $f'(b)$.

(6p) 4. Matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

och vektorn

$$b = \begin{pmatrix} 17 \\ 5 \\ 7 \\ 0{,}0625 \end{pmatrix}$$

är givna.

a) Är matrisen diagonaldominant?

b) Är matrisen symmetrisk och positivt definit?

c) Utför LR-faktorisering av matrisen A.

d) Lös ekvationssystemet $Ax = b$ utnyttjande den ovan erhållna LR-faktoriseringen.

e) Om b är exakt och A har ett fel om högst 10^{-3} i varje element, hur stort kan då felet i lösningen x vara?

Du kan välja om Du vill beräkna absoluta felet eller relativa felet.

Ledning: $\|A^{-1}\|_\infty = 1$.

(6p) 5. Beräkna andraderivatan i punkten $x = -4$, så noggrant som möjligt, till den funktion som ges i nedanstående tabell. Här betraktas x-värdena som exakta och y-värdena är korrekt avrundade. Svaret skall ges med tre decimaler. Fullständig felberäkning erfordras.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y(x)$	64,806	75,480	85,894	96,062	105,992	115,698	125,187	134,470	143,555

Eftersom det inte finns någon punkt till vänster om $x = -4$ kan inte den centrerade formeln på sidan 6 i formelsamlingen användas. Aktuell formel är

$$f''(x) = \frac{f(x) - 2f(x+h) + f(x+2h)}{h^2} + R_T\,.$$

Härled felen R_T och R_{XF}.

(5p) 6. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{dy}{dx} \cdot \sin x + y \cdot \cos x = e^x$$

$$y(1) = 2$$
$$y'(1) = 3$$
$$y''(1) = 4$$

med Eulers metod. Använd därvid steglängden $h = 0{,}1$ och bestäm en approximation till $y(1,3)$.

(6p) 7. Cyklistens kondition genomgår en årscykel av typen

$$y = A + B\cos\frac{2\pi(t-T)}{12}$$

där $y =$"konditionsvärde" och $t =$förfluten tid mätt i månader $(0 \leq t < 12)$.

En cyklist mäter på ergometercykel under första halvåret upp nedanstående konditionsvärden. Anpassa uttrycket ovan till tabellen med minstakvadratmetoden.

t	y
0	5,5
1	5,5
2	5,5
3	5,7
4	6,0
5	6,3
6	6,5

Ledning: Observera att det finns tre obestämda konstanter, A, B och T, men att uttrycket först måste skrivas om så att man får konstanterna att ingå linjärt.

Bestäm slutligen när formtoppen nås.