

## Tentamen

### 764G06 Diskret matematik och logik, 6 hp

### 2011-04-09, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För godkänt resultat krävs sammanlagt minst 9 poäng. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

**Tillåtna hjälpmedel:** I kursen utdelat formelblad i logik.

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

---

1. Hur många olika bokstavsföljder med fyra bokstäver kan man bilda med bokstäverna ur ordet VÅRTECKEN ?
2. a) På mängden  $A = \{a, b, c\}$  definierar vi relationen:  
 $\mathcal{R} = \{(a, b), (b, a), (b, b), (a, c), (c, a), (c, c)\}$ . Är denna relation reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk respektive transitiv? Motivera varför eller varför inte för var och en av dessa egenskaper.  
b) Ange en relation på  $A$  som är reflexiv, men inte symmetrisk. Ange också dess relationsmatris och relationsgraf.
3. I en undersökning av människors köpvanor besvarade 600 personer, varav 300 kvinnor, en enkät. 350 av de svarande var under 40 år och 280 av de svarande uppgav att de handlar ekologiskt. Vidare var 140 kvinnor under 40 år, 180 personer var under 40 år och handlade ekologiskt, 140 personer var kvinnor som handlade ekologiskt och 80 kvinnor är både under 40 år och handlar ekologiskt. Hur många män, som är 40 år eller äldre, handlar inte ekologiskt? Är det fler kvinnor än män bland de svarande som handlar ekologiskt?
4. Formulera följande slutledning i satsparametrar och konnektiv samt avgör om slutledningen är korrekt.  
”Om det inte regnar och solen skiner så badar vi. Om det regnar så badar vi inte. Faktiskt så badar vi inte. Alltså skiner inte solen!”
5. Låt  $G$  vara grafen som ges av kantmängden  
 $\{(1, 6), (1, 8), (2, 3), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 8), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (5, 8), (6, 7), (7, 8)\}$   
Vi inför en kostnad för kanten från nod  $x$  till nod  $y$  som är  $x \cdot y$ . (t ex har kanten  $(3, 4)$  kostnaden  $3 \cdot 4 = 12$ ) Bestäm ett billigaste spännande träd till  $G$  och ange kostnaden. OBS! Varje val du gör ska motiveras utifrån vald algoritm. Det ska tydligt framgå hur du använder algoritmen steg för steg. Endast svar ger ej poäng.
6. Vi definierar den symmetriska differensen  $\Delta$  mellan två mängder  $A$  och  $B$  genom  $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ . Gäller följande likheter för alla mängder  $A$  och  $B$ ? Bevisa (med numererat venndiagram) eller ge ett konkret motexempel.
  - a)  $(A \Delta B)^c = A \cap B$
  - b)  $A \Delta B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$
  - c)  $A \Delta B = A^c \Delta B^c$
7. Ett palindrom är en bokstavsföljd som ser likadan ut framlänges som baklänges. (t ex olasalo.) Hur många palindrom med fem bokstäver (t ex olalo) kan man bilda ur ett alfabet med  $n$  bokstäver ( $n \geq 3$ ) om man inte får använda någon bokstav mer än två gånger?