

Tentamen

764G06 Diskret matematik och logik, 6 hp

2010-04-17, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För godkänt resultat krävs sammanlagt minst 9 poäng. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Hjälpmedel: I kursen utdelat formelblad i logik.

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. För mängderna A , B och C som är delmängder i grundmängden \mathcal{U} gäller att $|\mathcal{U}| = 228$, $|A| = 108$, $|B| = 129$, $|C| = 107$, $|A \cap B| = 35$, $|A \cap C| = 65$, $|B \cap C| = 55$ och $|A \cap B \cap C| = 25$
 - a) Hur många element tillhör B eller C , men inte A ?
 - b) Hur många element tillhör precis en av A , B och C ?
 - c) Hur många element tillhör ingen av A , B och C ?

2. Skriv följande argument som en slutledning i satslogisk form (med satsparametrar och konnektiv) och avgör om slutsatsen är logiskt korrekt. (bevis eller motexempel.)

”Idag ska jag städa mitt rum eller göra min läxa. Om jag städar mitt rum blir mamma glad. Om mamma blir glad får jag godis. Om jag gör min läxa blir pappa glad. Alltså får jag godis idag.”

3.
 - a) Hur många olika sexsiffriga tal kan man bilda med siffrorna i talet 739533?
 - b) Samma uppgift som i a) men med villkoret att två 3:or inte får stå intill varandra.

4. Mängderna A , B och C är delmängder till en grundmängden \mathcal{U} som innehåller 10 element. Vi vet också att $A \subseteq B \subseteq C$.
 - a) Hur många element kan då A maximalt innehålla?
 - b) Vad vet vi om mängderna A och B om det dessutom gäller att $B \setminus A \subseteq C \setminus B$?

5. Vi definierar tre relationer på mängden $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:
$$\mathcal{R}_1 = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)\}, \mathcal{R}_2 = \{(0, 0), (1, 0), (6, 5), (4, 2), (3, 3), (5, 6), (2, 4)\},$$
$$\mathcal{R}_3 = \{(0, 5), (5, 6), (3, 1), (2, 3), (4, 3), (1, 5), (2, 4), (6, 5)\}.$$
Är dessa funktioner på A ? En korrekt motivering krävs för var och en. Om någon är en funktion, är den också injektiv eller surjektiv? Motivera.

6. En graf är ett träd och innehåller en nod av grad 6, två noder av grad 4, fem noder av grad 3 samt ett visst antal löv. Bestäm hur många löv trädet innehåller.

7. Man tar fem kort ur en vanlig kortlek. (52 kort; 13 valörer i 4 färger) Beräkna på hur många sätt man då kan få
 - a) Ett fyrtal, det vill säga fyra kort av samma valör.
 - b) En triss, det vill säga tre kort i samma valör och de två andra korten i olika valörer (och inte i samma valör som trissen).