

Stefan Rauch

Matematiska Institutionen, MAI

Linköpings universitet

Matematiska modeller i biologi (TATM 38) 6p, ht 2009 för TB4, KB4 Kursinformation

1. Mål:

Matematisk modellering av verkliga processer består av tre viktiga steg: a) formulering av en modell från en verbal beskrivning av kända experimentella relationer, b) matematisk analys av en modell: det betyder huvudsakligen lösning av differentialekvationer som uppstår vid formuleringen, c) tolkning av matematiska svar i termer av den experimentella situationen. Studenterna ska bemästra både den matematik som behövs och själva modelleringssteget. Den matematik som behövs är grunderna i teorin för dynamiska system och för linjära partiella differentialekvationer. Den nödvändiga matematiken presenteras genom att börja med en enkel modell för en kemostat. En noggrann analys av modellen utgör en intuitiv bas som man kan bygga på för att få förståelse för mer komplicerade dynamiska system. Denna matematik skall användas för att formulera och lösa grundläggande modeller inom populationsdynamik, epidemiologi och morfogenes.

2. Förkunskaper:

Kurserna i en- samt flervariabelanalys och i linjär algebra.

3. Organisation:

Kursen ges i form av 15 föreläsningar och 15 lektioner.

4. Kursinnehåll:

Element av teorin för ordinära differentialekvationer. Andra ordningens linjära ekvationer. Dynamiska system: fasporträtt, linjär stabilitet av jämviktpunkter. Rörelseintegraler. Tillämpningar: populationsmodeller (logistiska ekvationer, rovdjur-byte system och Lotka-Volterra ekvationer, modeller av epidemier). Linjära och icke-linjära rekursiva talföljder (=differensekvationer) i modellering av populationsdynamik. Kontinuitetsekvationen, diffusionsekvationer. Metod att lösa linjära partiella diffusionsekvationer: separation av variabler och Fourier serier. Slemsvampar och diffusionsdriven instabilitet. Morfogenes.

5. Kurslitteratur:

Edelstein - Keshet, L. "Mathematical Models in Biology", ISBN10: 0898715547 och ISBN13: 9780898715545

6. Examination:

- * Ett 1,5p projektarbete, inlämningen sker gruppvis, dvs. i grupper om 3-4 personer.
- * En skriftlig 4,5p tentamen vid periodens slut. För betyg 3 krävs 8p och 3 godkända (minst 2p) uppgifter. För betyg 4 och 5 krävs 11p respektive 13p och 4 godkända uppgifter.

2009-08-20
Stefan Rauch

Matematiska modeller i biologi (TATM38) för TB4

(OBS! ändringar och modifikationer under kursens gång kan förekomma)

Kursen består av 15 föreläsningar och 15 lektioner under P1 ht2009. Alla hänvisningar är till boken av L. Edelstein-Keshet, "Mathematical models in biology" utom de markerade med "Farlow" från boken "Partial Differential Equations for Scientists and Engineers" av S. J. Farlow .

	Innehåll	Hemläsning*) (sid.)	Hemproblem***)	Anm.
Fö 1	§§ 4.1, 6.1, 6.2 Processer modellerade av 1sta ordningens ordinära diff. ekvationer (ODE). Exponentiell och logistisk tillväxt. Ekologiska krig (predator-prey systems) och Lotka-Volterra ekvationer.	115-120, 210-219, 121-130, 131-140	4.1, 4.2, 6.7 a, lös ekvationer 6.6 sid. 217	
Le 1	Uppgifter 4.1-4.5, 6.1-6.7			
Fö 2	§§ 4.2-4.7, 4.8 Tillväxt av bakterier i kemostat, stationära (tidsberoende) lösningar, linearisering. Linjära ODE (repetition), ex. 1 sid. 138	141-145, 184-190	Ex. 2 sid. 140, uppgifter 4.17, 4.18ac, 4.19, 4.21, 4.22	
Le 2	Ex. 2 sid. 140. Uppgifter 4.16-4.23			
Fö 3	§§ 4.9-4.10, 5.7-5.8 Stabilitetsanalys för kemostat. Fasporträtt för linjära system i planet. $\beta - \gamma$ klassifikation. Fasporträtt för ex 1 och 2 sid. 138 resp. 140.	164-184, 191-193, 193-198	rita fasporträtt för 4.22a-c,	
Le 3	Komplettera. Rita fasporträtt för matrisen $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & 4 \end{bmatrix}$, lös 4.14			
Fö 4	§§ 5.4-5.6, 5.10 Dynamiska system i planet. Fasporträtt. Nullklinier. Jämviktspunkter. Fasporträtt för kemostat.	218-223	5.10, 5.11, 5.12b, 5.13	
Le 4	Uppgifter 5.5, 5.7,-5.8, 5.11-5.14			
Fö 5	§§ 6.2-6.3 Rovdjur-byte-system och Lotka-Volterra ekvationer.	6-25,	6.8, 6.9, 6.13, 6.14	
Le 5	Uppgifter 6.10, 6.13-6.15			Val av projekt ur listan ***)
Fö 6	§§ 1.2-1.6, 1.8 Årliga växtcykler och linjära differens(obs!)ekvationer.	40-44, 55-58	1.1, 1.2a, 1.3b iv, 1.9a, 1.14, 1.19	
Le 6	Uppgifter 1.1-1.11, 1.17, 1.19			
Fö 7	§§ 2.1-2.5, 2.7-2.8 Icke-linjära differensekvationer	385-411, Farlow: Le 5 p.33-41 (separation of variables)	2.1, 2.4	
Le 7	Uppgifter 2.3, 2.4, 2.8, 2.9, 2.11			
Fö 8	§§ 9.2, 9.4, 9.8 Massbalans-ekvationen, konvektion, diffusion,	Farlow: Le2, Le4, Le7	9.2, 9.7 Farlow: 1-3 sid.	

	attraktion, Farlow: kap. 5, lösning av IBVP genom variabelseparation.		17 och 2-4 sid. 41	
Le 8	9.2, 9.7, Farlow: 1,2 sid. 17 och 3, 4 sid. 41			
Fö 9	Farlow: Le 2, Le 4, Le 7 Härledning av värmeledningsekvationen. Lösning av IBVPs genom variabelseparation (forts.)	437-443 Farlow: Le 8, 11	Farlow: 1,3 sid. 56 och 2, 3 sid. 26.	
Le 9	Diskutera 4 typer av BC (randvillkor). Farlow: upp. 1 sid. 56 och upp. 2 sid. 26			
Fö 10	Farlow Le 8, Le 11. Transformerering av svåra ekvationer till enklare form. Fourierserier och konvergenssatsen.	436-443, 496-502	Farlow: 1, 3 sid. 62 och 2 sid. 87	
Le 10	Farlow: 1, 3 sid. 62			
Fö 11	§§ 10.1, 10.2, 11.1 Diffusionbaserade populationsmodeller. Slemsvampar	503-508	10.1ab, 10.2ab	
Le 11	Uppgifter 10.1ab, 10.2abc, komplettera			
Fö 12	§§ 11.2-11.3 Slime molds, forts.	516-535	11.1-11.3	
Le 12	Uppgifter 11.1-11.3,			
Fö 13	§§ 11.4-11.6 Kemiska grunder av morfogenes. Villkor för diffusionsdriven instabilitet.		11.9, 11.15	
Le 13	Uppgifter 11.9-11.15			
Fö 14	Kompletteringar och repetition			innehållet bestäms senare
Le 14	Projektredovisning *****)			
Fö 15	Repetition och problemlösning			innehållet bestäms senare
Le 15	Projektredovisning			

*) Det är EXTREMT viktigt att läsa (och förstå!) angivna delar av boken FÖRE nästa föreläsning.

**) De flesta av hemuppgifterna kan behöva diskuteras under nästa lektion. Prata gärna med lektionsledaren.

***) Projekten får ej upprepas.

*****) Projektredovisningar sker gruppvis (i grupper om max 4 personer) under Le 14 och Le 15. Val av projekt sker i början av Le 5 i samråd med lektionsledaren. Varje redovisning bör ta ca 25 minuter + 5 minuter för ev. diskussion. Använd gärna overheads för att spara tid.

